

Н.П. Алешин, А.Л. Ремизов, А.А. Дерябин

# ОСОБЕННОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН



УДК 681.2+621.791(075.8)

ББК 34.441

А 49

Издание доступно в электронном виде на портале *ebooks.bmstu.ru*  
по адресу: <http://ebooks.bmstu.ru/catalog/47/book1650.html>

Факультет «Машиностроительные технологии»  
Кафедра «Технологии сварки и диагностики»

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом  
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве учебного пособия*

**Алешин, Н. П.**

А 49

Особенности возбуждения и распространения ультразвуковых волн : учебное пособие / Н. П. Алешин, А. Л. Ремизов, А. А. Дерябин. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. — 85, [3] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-4677-3

Приведены теоретические сведения о возбуждении и распространении ультразвуковых волн. Рассмотрены методы расчета элементов диаграмм направленности и параметров распространения различных типов ультразвуковых волн.

Для студентов кафедры «Технологии сварки и диагностики» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

УДК 681.2+621.791(075.8)

ББК 34.441

ISBN 978-5-7038-4677-3

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

© Оформление. Издательство

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

## Лекция № 1

### Закон Снеллиуса для упругих сред. Отражение и трансформация продольных и поперечных волн

#### Закон Снеллиуса. Критические углы

Закон Снеллиуса представляется в виде отношения скоростей распространения и синусов углов распространения соответствующих волн:

$$\frac{C_{l1}}{\sin(\beta)} = \frac{C_{t2}}{\sin(\alpha_{t2})} = \frac{C_{l2}}{\sin(\alpha_{l2})} = \frac{C_{l1\text{отр}}}{\sin(\beta_{l1})} = \frac{C_{t1\text{отр}}}{\sin(\beta_{t1})}, \quad (1.1)$$

где  $C_{l1}$  — скорость падающей на поверхность металла продольной волны;  $C_{t2}$ ,  $C_{l1\text{отр}}$  и  $C_{l2}$ ,  $C_{l1\text{отр}}$  — скорости поперечных и продольных волн в металле и призме источника ультразвука (условно отраженных от поверхности металла) соответственно;  $\beta$  — угол падения на поверхность металла продольной волны;  $\alpha_{t2}$  и  $\alpha_{l2}$  — углы распространения поперечной и продольной волн в металле соответственно;  $\beta_{l1}$ ,  $\beta_{t1}$  — углы распространения продольной и поперечной волн в призме источника ультразвука.

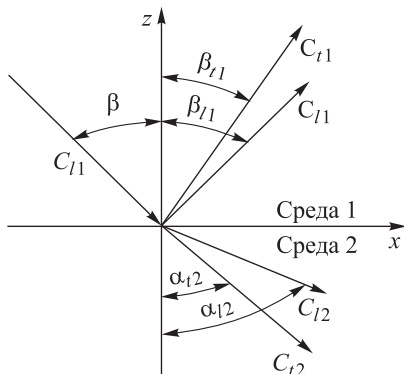
На рис. 1.1 приведено графическое представление закона Снеллиуса — отражение, преломление и трансформация ультразвуковых волн на границе двух сред.

Анализ закона Снеллиуса показывает, что существуют три критических угла. Рассмотрим их.

На рис. 1.1 видно, что, увеличивая угол  $\beta$ , можно добиться ситуации, когда угол распространения продольной волны в металле (в среде 2)  $\alpha_{l2} = 90^\circ$ , т. е.

$$\frac{C_{l1}}{\sin(\beta_1)} = \frac{C_{l2}}{1} \Rightarrow \beta_1 = \arcsin\left(\frac{C_{l1}}{C_{l2}}\right), \quad (1.2)$$

где  $\beta_1$  — первый критический угол, при котором продольная волна в металле начинает распространяться вдоль поверхности, ее называют продольной неоднородной или головной волной (рис. 1.2, а).



**Рис. 1.1.** Графическое представление закона Снеллиуса

Дальнейшее увеличение угла падения продольной волны на поверхность металла приводит ко второму критическому углу:

$$\frac{C_{l1}}{\sin(\beta_2)} = \frac{C_{l2}}{1} \Rightarrow \beta_2 = \arcsin\left(\frac{C_{l1}}{C_{l2}}\right), \quad (1.3)$$

где  $\beta_2$  — второй критический угол, при котором поперечная волна распространяется вдоль поверхности и вместе с продольной волной, движущейся вдоль поверхности, формирует поверхностную волну Рэлея (рис. 1.2, б).

Третий критический угол напрямую относится к распространению в пластине поперечной волны.

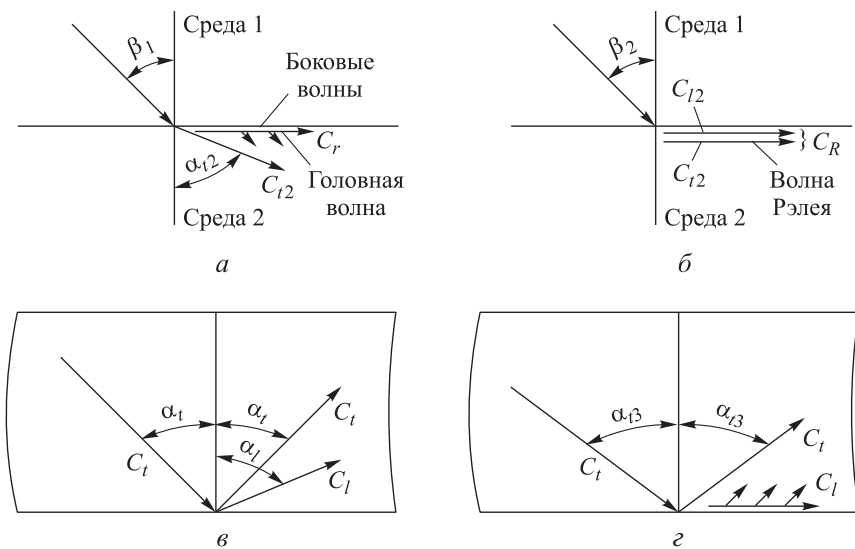
Пусть угол падения продольной волны на поверхность металла больше первого критического, тогда в глубь пластины будет распространяться поперечная волна под углом  $\alpha_t$  (рис 1.2, в).

При достижении критического угла  $\alpha_{t3}$  распространения поперечной волны со скоростью  $C_t$  продольная волна ( $C_l$ ), сформированная в процессе трансформирования падающей на границу раздела сред поперечной волны, начинает перемещаться вдоль поверхности металла. Это угол  $\alpha_{t3}$  назвали третьим критическим углом (рис. 1.2, г).

Значение третьего критического угла можно рассчитать по формуле

$$\alpha_{t3} = \arcsin\left(\frac{C_t}{C_l}\right). \quad (1.4)$$

Поведение продольных и поперечных волн при критических углах падения продольной волны на поверхность металла требует



**Рис. 1.2.** Критические углы:

*а* — схема распространения волн при первом критическом угле; *б* — схема распространения волн при втором критическом угле; *в* — схема распространения поперечной волны в пластине при углах падения больше первого и меньше второго критических углов; *г* — схема распространения волн при третьем критическом угле

дополнительных разъяснений. Применение на практике пьезоэлектрических преобразователей (ПЭП) оказывает на характер распространения волн в пластинах существенное влияние. Отечественными учеными Л.В. Басацкой и И.Н. Ермоловым проведены исследования характера распространения в полупространствах продольных и поперечных волн при углах больше критических [5].

Важно также рассмотреть вопросы, связанные с третьим критическим углом, в частности, рассчитать зависимость амплитуды трансформированной продольной волны от угла распространения поперечной волны. Первым вопросом является доказательство закона Снеллиуса для упругих сред, так как это доказательство в явном виде не встречается в литературе.

### Доказательство закона Снеллиуса

Согласно работе [1], в отраженных и преломленных волнах частоты и проекции волновых чисел на плоскую границу равны соответствующим величинам в падающей волне.

Волновое число рассчитывают по следующему соотношению:

$$k = \frac{2\pi f}{C} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{C}, \quad (1.5)$$

где  $k$  — волновое число;  $f$  — частота волны;  $C$  — скорость волны;  $\lambda$  — длина волны;  $\omega$  — круговая частота.

Волновое число — это отношение  $2\pi$  радиан к длине волны, т. е. это пространственный аналог круговой частоты  $\omega$ . Размерность волнового числа: рад/м.

Волновое число падающей продольной волны:

$$k_{11} = \frac{2\pi f}{C_{11}}. \quad (1.6)$$

Волновое число поперечной волны, распространяющейся в металле:

$$k_{12} = \frac{2\pi f}{C_{12}}. \quad (1.7)$$

Волновое число продольной волны, распространяющейся в металле:

$$k_{12} = \frac{2\pi f}{C_{12}}. \quad (1.8)$$

Проекция вектора волнового числа падающей продольной волны на ось ( $OX$ ), вдоль которой распространяется волна:

$$k_{11x} = \frac{2\pi f}{C_{11}} \sin(\beta). \quad (1.9)$$

Проекция вектора волнового числа поперечной волны, распространяющейся в металле на ось, вдоль которой распространяется волна:

$$k_{12x} = \frac{2\pi f}{C_{12}} \sin(\alpha_{12}). \quad (1.10)$$

Проекция вектора волнового числа продольной волны, распространяющейся в металле на ось, вдоль которой распространяется волна:

$$k_{12x} = \frac{2\pi f}{C_{12}} \sin(\alpha_{12}). \quad (1.11)$$

Так как проекции векторов волновых чисел на ось, вдоль которой распространяются волны, равны, то, приравняв проекции векторов волновых чисел, определяемых формулами (1.9), (1.10), (1.11), получаем закон Снеллиуса в виде (1.1).

### Отражение вертикально поляризованных волн

Рассмотрим, как зависит от угла распространения поперечной волны в пластине амплитуда трансформированной продольной волны при падении поперечной волны на границу раздела сред (см. рис. 1.2, б).

Далее новые формулы будут представлены без сложных выводов, так как на данном этапе обучения необходимость в решениях сложных уравнений отсутствует. Главное — понять, что происходит с волнами при различных условиях распространения.

Основываясь на работе [1], опишем продольные и поперечные колебания следующим образом:

- продольную волну — с помощью скалярного потенциала

$$\varphi = a_- \exp(-ik_z z) + a_+ \exp(ik_z z); \quad (1.12)$$

- поперечную волну — векторным потенциалом

$$\psi = b_- \exp(-i\chi_z z) + b_+ \exp(i\chi_z z), \quad (1.13)$$

где  $a_-$  и  $b_-$  — постоянные, имеющие смысл амплитуд соответственно продольной и поперечной волн, распространяющихся в сторону отрицательных  $z$ ;  $a_+$  и  $b_+$  — то же для волн, распространяющихся в сторону положительных  $z$ .

Скалярный потенциал — скалярная функция, описывающая безвихревые (потенциальные) векторные поля.

Векторный потенциал — потенциал, определяющий вихревую часть векторного поля.

Проекции волновых чисел рассчитывают по формулам

$$k_z = \sqrt{k_l^2 - \xi^2}; \quad (1.14)$$

$$\chi_z = \sqrt{k_l^2 - \xi^2}; \quad (1.15)$$

$$k_l = \frac{2\pi f}{C_l}; \quad (1.16)$$

$$k_r = \frac{2\pi f}{C_r}; \quad (1.17)$$

$$\xi = k_l \sin(\alpha_{l2}) = k_r \sin(\alpha_{r2}). \quad (1.18)$$

Граничные условия, необходимые для дальнейшего решения, выглядят так:

$$\sigma_{zx} = \sigma_{zy} = \sigma_{zz} = 0 \quad (1.19)$$

при  $z = 0$ , т. е. на поверхности изделия компоненты напряжений  $\sigma_{ij}$  равны нулю.

Эти граничные условия позволяют найти связь между амплитудами:

$$\begin{aligned} k_z(a_+ - a_-) + p(b_+ + b_-) &= 0; \\ \chi_z(b_+ - b_-) - p(a_+ - a_-) &= 0; \\ p &= -\chi_z \operatorname{ctg}(2\alpha_{r2}), \end{aligned} \quad (1.20)$$

где  $p$  будем считать вспомогательным числом, применяемым для сокращения размеров формул.

Система уравнений (1.20) описывает все случаи отражения от свободной границы плоских гармонических волн с поляризацией в плоскости падения. Так, если на границу падает только продольная волна ( $b_+ = 0$ ), то, обозначив  $V_{||} = \frac{a_-}{a_+}$  коэффициент

отражения продольной волны, а  $V_{\perp} = \frac{b_-}{a_+}$  — коэффициент трансформации продольной волны в поперечную, получим:

$$V_{||} = \frac{k_z \chi_z - p^2}{k_z \chi_z + p^2}; \quad (1.21)$$

$$V_{\perp} = \frac{2k_z p}{k_z \chi_z + p^2}. \quad (1.22)$$



## Оглавление

Предисловие.....	3
Лекция № 1. Закон Снеллиуса для упругих сред. Отражение и трансформация продольных и поперечных волн .....	5
Лекция № 2. Диаграмма направленности пьезоэлектрического преобразователя .....	13
Лекция № 3. Возбуждение ультразвуковых волн Рэлея падающими продольной и поперечной волнами.....	20
Лекция № 4. Поле преобразователя с углами наклона, близкими к критическим .....	24
Лекция № 5. Волны в пластинах. Волны Лэмба. Часть первая .....	33
Лекция № 6. Волны в пластинах. Волны Лэмба. Часть вторая .....	37
Лекция № 7. Поверхностные волны. Волна Рэлея .....	43
Лекция № 8. Поверхностные волны Лява .....	51
Лекция № 9. Формирование акустического поля. Поле излучения наклонного преобразователя .....	55
Лекция № 10. Расчет акустического тракта преобразователя .....	65
Лекция № 11. АРД-диаграмма. Часть первая.....	70
Лекция № 12. АРД-диаграмма. Часть вторая .....	75
Литература .....	84
Приложение. Основные термины и определения .....	85