

В. Д. Герасимов, Т. А. Лютикова,  
Г. В. Герасимова

Факультативные  
занятия

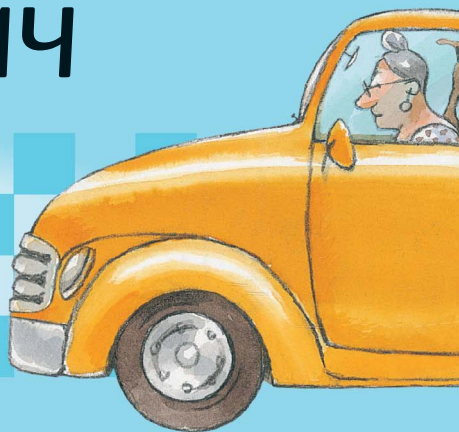
Математика

Решение  
текстовых  
задач



4

класс



Пособие для учителей

Аверсэв

УДК 373.3.016:51  
ББК 74.262.21

Пособие содержит методические рекомендации по проведению факультативных занятий в 4 классе. Данный материал поможет учителям разобраться в авторской системе работы с текстовыми и нестандартными задачами. Представленные в пособии алгоритмы и принципы сформируют у учащихся целостную систему анализа и решения текстовых задач.

Адресуется учителям начальных классов.

Ответственный за выпуск *Д. Л. Дембовский*

Системные требования: ПО для просмотра документов в формате PDF

Дата размещения: март 2024.

Объем: 3,4 Мб.

Общество с дополнительной ответственностью «Аверсэв».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/15 от 02.08.2013.  
Ул. Н. Олешева, 1, офис 309, 220090, г. Минск.

12+

**ISBN 978-985-19-7832-4**

© Герасимов В. Д., Лютикова Т. А.,  
Герасимова Г. В., 2016  
© Герасимов В. Д., Лютикова Т. А.,  
Герасимова Г. В., 2024, с изменениями  
© ОДО «Аверсэв», 2024

*Цель:* актуализация знаний учащихся о способах анализа и решения нестандартных задач.

### Рекомендации по проведению занятия

#### Задача 1.

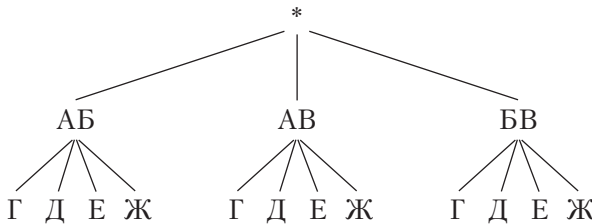
Решим задачу, пользуясь способом перебора.

А	Б	Г	А	В	Г	Б	В	Г
А	Б	Д	А	В	Д	Б	В	Д
А	Б	Е	А	В	Е	Б	В	Е

Проверим свой ответ, заполнив таблицу.

	АБ	АВ	БВ
Г	АБГ	АВГ	БВГ
Д	АБД	АВД	БВД
Е	АБЕ	АВЕ	БВЕ
Ж	АБЖ	АВЖ	БВЖ

Решим задачу способом построения дерева возможных вариантов.



Ответ: 12 способов.

### Задача 3.

1-й способ.

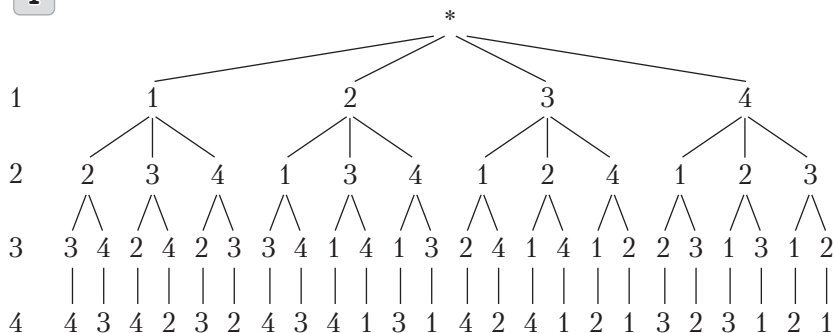
		Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4	Шаг 5	Шаг 6	Шаг 7	Шаг 8
Сосуд 3 л	0	3	0	3	1	1	0	3	0
Сосуд 5 л	0	0	3	3	5	0	1	1	4
Сосуд 20 л	20	17	17	14	14	19	19	16	16

2-й способ.

		Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4	Шаг 5	Шаг 6
Сосуд 3 л	0	0	3	0	2	2	3
Сосуд 5 л	0	5	2	2	0	5	4
Сосуд 20 л	20	15	15	18	18	13	13

### Решения заданий для закрепления

1



Ответ: 24 способа.

2

1)  $700 : 2 = 350$  (г) — масса груза на каждой чаше весов;

2)  $4 \text{ Я} + 1 \text{ Г} = 1 \text{ Я} + 2 \text{ Г}$ ;

3)  $3 \text{ Я} + 1 \text{ Г} = 2 \text{ Г}$ ;

4)  $3 \text{ Я} = 1 \text{ Г}$ ;

5)  $4 \text{ Я} + 3 \text{ Я} + 3 \text{ Я} + 3 \text{ Я} + 1 \text{ Я} = 700$  (г) — масса всех яблок, если каждую грушу на чашах весов заменить соответствующим числом яблок;

32

Занятия 1–2

- 6)  $14 \text{ Я} = 700 \text{ (г)}$ ;  
 7)  $700 : 14 = 50 \text{ (г)}$  — масса одного яблока;  
 8)  $50 \cdot 3 = 150 \text{ (г)}$  — масса одной груши.  
 Ответ: 150 граммов.

<b>3</b>			Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3
	Сосуд 9 л	9	4	4	<b>7</b>
	Сосуд 5 л	0	5	2	2
	Сосуд 3 л	0	0	3	0



Ответ: выше всех прыгнул Митя.

- 5** Верное утверждение отмечаем «+», ложное — «-». При переборе вариантов утверждений получаем три варианта.

Имя	Утверждения		
	I	II	III
Илья Муромец	+	-	-
Добрыня Никитич	-	+	-
Алеша Попович	-	-	+

Пусть правду сказал Илья Муромец, тогда Змея убил Добрыня Никитич, между тем и Добрыня Никитич, и Алеша Попович слукавили. Такой вариант возможен.

Пусть правду сказал Добрыня Никитич. Тогда Змея убил Алеша Попович, при этом Илья Муромец слукавил, а Алеша Попович тоже сказал правду. По условию правду говорил только один богатырь. Такой вариант невозможен.

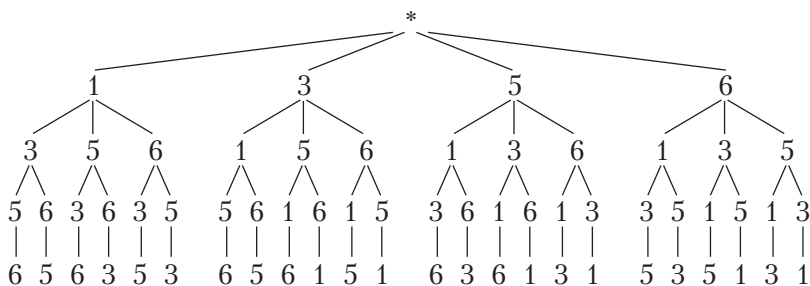
Допустим, что правду сказал Алеша Попович. Тогда Змея убил сам Алеша Попович, при этом Илья Муромец слукавил, а Добрыня Никитич сказал правду. По условию правду говорил только один богатырь. Такой вариант тоже невозможен.

Ответ: Змея убил Илья Муромец.

## Решения заданий для самостоятельной работы

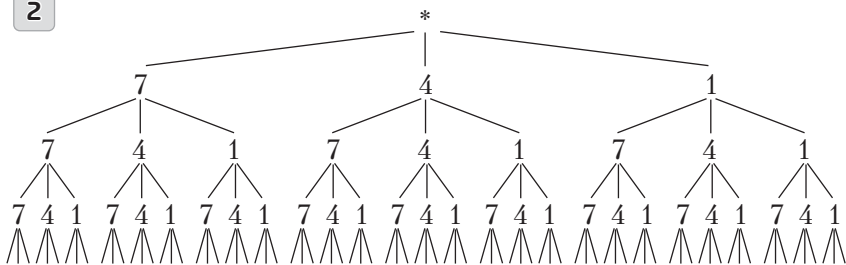
1

	1	3	5	6
13	—	—	135	136
15	—	153	—	156
16	—	163	165	—
31	—	—	315	316
35	351	—	—	356
36	361	—	365	—
51	—	513	—	516
53	531	—	—	536
56	561	563	—	—
61	—	613	615	—
63	631	—	635	—
65	651	653	—	—



Ответ: 24 числа.

2



34

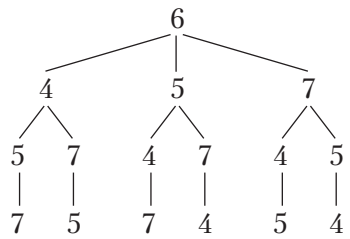


Занятия 1–2

Каждая веточка подписывается тремя вариантами: 7, 4, 1. В результате получаем 81 четырехзначное число.

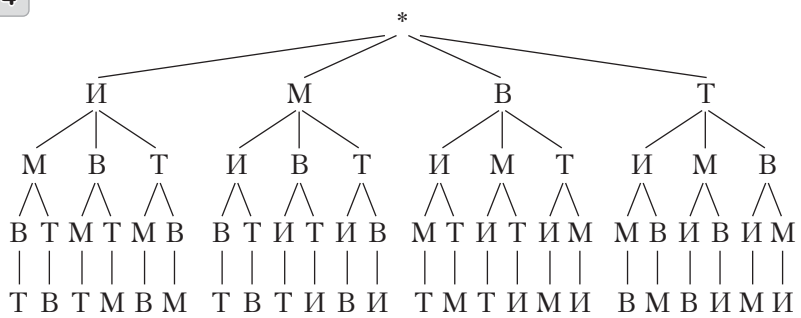
Ответ: 81 число.

3



Ответ: 6 чисел.

4



Ответ: 24 способа.

5

Нумеруем сорта пирожных — 1, 2, 3, 4. Учитываем, что ученик может купить 2 одинаковых пирожных. Также обращаем внимание на то, что комбинации типа 12 и 21 при покупке пирожных являются одним и тем же способом.

	1	2	3	4
1	11	12	13	14
2	—	22	23	24
3	—	—	33	34
4	—	—	—	44

Ответ: 10 способов.

- 6** 1)  $400 + 100 = 500$  (г) — всего на весах;  
2)  $500 : 2 = 250$  (г) — масса груза на одной чаше весов;  
3)  $1 \text{ Я} + 2 \text{ Г} = 1 \text{ Г} + 1 \text{ Я} + 100$  г;  
4)  $1 \text{ Г} = 100$  г;  
5)  $250 - 100 - 100 = 50$  (г) — масса одного яблока.  
Ответ: 50 граммов.

- 7** 1)  $2 \text{ Ч} + 2 \text{ К} = 14 \text{ Б}$ ;  
2)  $1 \text{ К} = 1 \text{ Ч} + 1 \text{ Б}$ ;  
3) заменяем кувшины чашками и блюдами:  $2 \text{ Ч} + 1 \text{ Ч} + 1 \text{ Б} + 1 \text{ Ч} + 1 \text{ Б} = 14 \text{ Б}$ ;  
4)  $2 \text{ Ч} + 4 \text{ Б} = 14 \text{ Б}$ ;  
5)  $2 \text{ Ч} = 10 \text{ Б}$ ;  
6)  $1 \text{ Ч} = 5 \text{ Б}$ .  
Во втором равенстве заменяем чашку блюдами:  $1 \text{ К} = 5 \text{ Б} + 1 \text{ Б}$ ;  
7)  $1 \text{ К} = 6 \text{ Б}$ .  
Ответ: 6 блюд.

- 8** 1)  $X + C > X + K$ ;  
2)  $C > K$ .  
Ответ: пакет сахара тяжелее.

- 9** Берем 2 монеты и кладем на весы:  
1. Если весы находятся в равновесии, то обе монеты настоящие. Одну снимаем. На ее место кладем любую из оставшихся. Если весы остались в равновесии, то фальшивая та, которая еще не взвешивалась. Если же весы потеряли равновесие, то фальшивая та, которая была положена на весы вместо снятой.  
2. Если весы не находятся в равновесии, то снимаем любую монету, кладем на ее место одну из оставшихся (которые по понятным причинам являются настоящими). Если положение чаш не изменилось, то нетронутая монета фальшивая, если же изменилось и весы пришли в равновесие, то снятая монета фальшивая.  
Ответ: 2 взвешивания.

- 10** Рассуждаем так же, как и в задании 9:  
1. ...При этом замечаем, если чаша весов с этой монетой опустилась, то фальшивая монета тяжелее настоящей. Если чаша весов поднялась, то фальшивая монета легче настоящей.



2. ...При этом замечаем, если чаша весов с фальшивой монетой опустилась, то она тяжелее настоящей. Если чаша весов поднялась, то фальшивая монета легче настоящей.

**11** 1-й способ.

		Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4
Сосуд 2 л	0	0	2	0	2
Сосуд 5 л	0	5	3	3	1

2-й способ.

		Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4	Шаг 5	Шаг 6
Сосуд 2 л	0	2	0	2	0	2	1
Сосуд 5 л	0	0	2	2	4	4	5

**12** 1-й способ.

		Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4	Шаг 5	Шаг 6	Шаг 7	Шаг 8
Бидон 10 л	10	3	3	6	6	9	9	2	2
Бидон 7 л	0	7	4	4	1	1	0	7	5
Бидон 3 л	0	0	3	0	3	0	1	1	3

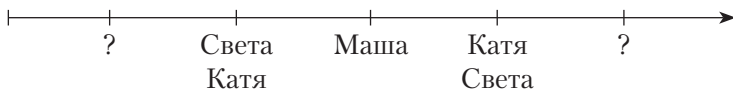
2-й способ.

		Шаг 1	Шаг 2	Шаг 3	Шаг 4	Шаг 5	Шаг 6	Шаг 7	Шаг 8	Шаг 9	Шаг 10
Бидон 10 л	10	7	7	4	4	1	1	8	8	5	5
Бидон 7 л	0	0	3	3	6	6	7	0	2	2	5
Бидон 3 л	0	3	0	3	0	3	2	2	0	3	0

**13** Ответ: Россия.



- 15** Из фразы «если бы Маша встала посередине очереди, то она оказалась бы между Светой и Катей» делаем вывод, что если бы Маша заняла это место, то сзади и спереди от нее было бы по 2 девочки. При этом Света, как и Катя, могла бы оказаться как перед Машей, так и за ней.



Из фразы «если бы Маша встала в конец очереди, то рядом с ней могла бы быть Юлия» делаем вывод, что Юлия стоит сзади. Для Тани остается место за Машей, которая стала впереди всех.



Ответ: первая – Маша, за ней Таня, Катя (Света), Света (Катя), Юлия.

- 16** Составляем таблицу с указанием шариков и героев, расставляем предпочтения.

	Сова	Ослик	Винни
Большой зеленый	+	++	+
Большой синий	+	+	–
Маленький зеленый	–	+	+

Вывод: учитывая предпочтения, Ослику отдадим большой зеленый шарик, Сове достанется тоже большой, но синий шарик, а Винни-Пух получит зеленый маленький шарик.

**17**

	1-е место	2-е место	3-е место	4-е место
Эдик	–	–	+	–
Вася	–	+	–	–
Алексей	+	–	–	–
Дима	–	–	–	+

- 18** Строим таблицу и заполняем все отрицания. Обращаем внимание на то, что если сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, значит, лимонад не в кувшине. Также делаем вывод, что молоко не в чашке и не в банке.

В результате выявляется один возможный вариант для молока (кувшин) и для банки (квас).

	Бутылка	Чашка	Кувшин	Банка
Молоко	–	–	+	–
Лимонад			–	–
Квас				+
Вода	–			–

Ответ: квас налили в банку. (Дальнейшее заполнение таблицы не актуально. При продолжении записей выясняем, что вода в чашке, а лимонад в бутылке.)

- 19** Верное утверждение отмечаем «+», ложное — «–». Каждое высказывание содержит два утверждения. При переборе вариантов утверждений получаем четыре варианта.

Имя	Утверждения			
	I	II	III	IV
Первая белка	+ –	+ –	– +	– +
Вторая белка	+ –	– +	+ –	– +

Рассматриваем первый вариант. Первые утверждения двух белок должны быть верными, но они противоречат друг другу: заяц занял первое место и заяц занял второе место. Вариант невозможен.

Рассматриваем второй вариант. Получаем: заяц занял первое место и первым был лось. Снова два утверждения противоречат друг другу. Вариант невозможен.

Рассматриваем третий вариант. Второй была лиса, заяц тоже занял второе место. Утверждения противоречат друг другу. Вариант невозможен.

Рассматриваем четвертый вариант. Получаем, что второй была лиса, а первым был лось. Вариант возможен.

Ответ: в кроссе первым был лось, а второй была лиса.

**20** Допустим, что верно первое утверждение, а второе и третье — ложные, тогда получаем:

	Английский	Немецкий	Французский
Вероника		+	
Света	+		
Юля	+		

Английский язык изучают две девочки. Вариант невозможен. Предположим, что верно второе утверждение, а первое и третье — ложные. Получаем:

	Английский	Немецкий	Французский
Вероника	+	+	
Света	–		
Юля	–		

Вероника изучает и немецкий, и английский язык. Вариант невозможен.

Допустим, что верно третье утверждение, а первое и второе — ложные. Получаем:

	Английский	Немецкий	Французский
Вероника	–	–	+
Света	+	–	–
Юля	–	+	–

Если Света изучает английский, а Вероника не изучает немецкий, значит, она изучает французский. Немецким языком занимается Юля. Вариант возможен.

Ответ: Вероника изучает французский, Света — английский, Юля — немецкий язык.

*Цель:* актуализация знаний учащихся о способах анализа и решения задач, в условии которых числа связаны одним или несколькими отношениями следующего вида: «всего (вместе)», «столько же (равно)», «больше на (меньше на)», «больше в (меньше в)».

### Рекомендации по проведению занятия

#### Решения заданий для закрепления

- 1** 1)  $48 : 3 = 16$  (гр.) — занято под тюльпаны;  
 2)  $48 - 16 = 32$  (гр.) — разница;  
 Ответ: на 32 грядки больше.

- 2** 1)  $342 + 125 = 467$  (см) — длина гирлянды Кати;  
 2)  $342 + 467 = 809$  (см) — длина гирлянды Гали;  
 3)  $809 - 342 = 467$  (см) — разница между гирляндой Гали и гирляндой Веры.  
 Ответ: 809 сантиметров, на 467 сантиметров длиннее.

- 3** 1)  $90 - 56 = 34$  (л.) — на первой грядке;  
 2)  $34 - 8 = 26$  (л.) — посажено на второй грядке;  
 3)  $56 - 26 = 30$  (л.), или  $90 - 34 - 26 = 30$  (л.) — на третьей грядке.  
 Ответ: 26 луковиц, 30 луковиц.

- 4**
- |                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $Я + Г + С + В = (?)$<br>$Г + С > Я$ в 3 р.<br>$Я + Г + С > В$ в 2 р.<br>Я 24 д.<br>Г ?<br>С ?<br>В ? |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|

- 1)  $24 \cdot 3 = 72$  (д.) — груш и слив вместе;  
 2)  $72 + 24 = 96$  (д.) — яблонь, груш и слив вместе;

- 3)  $96 : 2 = 48$  (д.) — вишен;  
4)  $96 + 48 = 144$  (д.) — всего посажено.  
Ответ: 144 дерева.

### Решения заданий для самостоятельной работы

1 а) 1)  $86 : 2 = 43$  (к.) — смастерили в другой школе;

2)  $86 + 43 = 129$  (к.) — всего.

Ответ: 129 кормушек.

б) 1)  $40 - 32 = 8$  (п.) — маленьких;

2)  $40 : 8 = 5$  (р.) — больше больших палок, чем маленьких.

Ответ: в 5 раз больше.

в) 1)  $25 - 5 = 20$  (к.) — цветных;

2)  $20 : 5 = 4$  (р.) — разница.

Ответ: в 4 раза больше.

г) 1)  $29 + 33 = 62$  (чел.) — всего;

2)  $62 - 36 = 26$  (м.) — в кружках.

Ответ: 36 мальчиков.

2 а) 1)  $27 \cdot 3 = 81$  (кг) — картофеля;

2)  $81 - 18 = 63$  (кг) — фасоли.

Ответ: 63 килограмма.

б) 1)  $6 + 57 = 63$  (г.), или  $57 - 24 = 33$  (г.) — бабушке;

2)  $6 + 24 = 30$  (л.) — маме;

3)  $63 - 30 = 33$  (г.) — разница между бабушкой и мамой.

Ответ: на 33 года старше.

в) 1)  $7 \cdot 2 = 14$  (цв.) — гвоздик и хризантем вместе;

2)  $14 - 5 = 9$  (хр.) — в букете.

Ответ: 9 хризантем.

г) 1)  $35 + 13 = 48$  (л.) — привезли на второй машине;

2)  $100 - 35 - 48 = 17$  (л.) — не хватает; или 2)  $35 + 48 =$   
 $= 83$  (л.) — привезли всего;

3)  $100 - 83 = 17$  (л.) — не хватает.

Ответ: 17 листов.

- д) 1)  $18 - 9 = 9$  (чел.) — виолончелистов;  
2)  $18 : 2 = 9$  (чел.) — на духовых инструментах;  
3)  $18 + 9 + 9 = 36$  (чел.) — всего.

Ответ: 36 человек.

- е) 1)  $78 \cdot 3 = 234$  (кг) — собрал второй класс;  
2)  $78 + 234 = 312$  (кг) — собрали первый и второй классы вместе;  
3)  $312 \cdot 2 = 624$  (кг) — собрал четвертый класс;  
4)  $312 + 624 = 936$  (кг) — собрали первый, второй и четвертый классы вместе;  
5)  $1264 - 936 = 328$  (кг) — собрал третий класс.

Ответ: 328 килограммов.

**3**

- а) 1)  $100 - 61 = 39$  (кг) — в третьей корзине;  
2)  $66 - 39 = 27$  (кг) — во второй корзине;  
3)  $100 - 66 = 34$  (кг), или  $61 - 27 = 34$  (кг), или  $100 - 39 - 27 = 34$  (кг) — в первой корзине.

Ответ: 34, 27, 39 килограммов.

- б) 1)  $48 - 29 = 19$  (откр.) — в третьем альбоме и в первом альбоме;  
2)  $29 - 19 = 10$  (откр.) — во втором альбоме.

Ответ: 10 открыток.

- в) 1)  $48 - 33 = 15$  (г.) — помидоров;  
2)  $34 - 15 = 19$  (г.) — моркови и земляники вместе;  
3)  $33 - 19 = 14$  (г.) — огурцов;  
4)  $26 - 14 = 12$  (г.) — моркови.

Ответ: 12 горшочков моркови.

- г) 1)  $200 - 125 = 75$  — третье число;  
2)  $75 - 35 = 40$  — первое число;  
3)  $125 - 40 = 85$ , или  $200 - 75 - 40 = 85$  — второе число.

Ответ: 40, 85, 75.

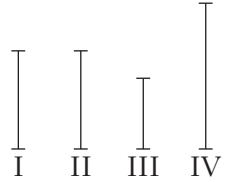
д) Из фразы «в первых двух корзинах мячей на 27 меньше, чем во всех трех» делаем вывод, что 27 мячей в третьей корзине.

$$90 - 27 - 34 = 29 \text{ (м.) — в первой корзине.}$$

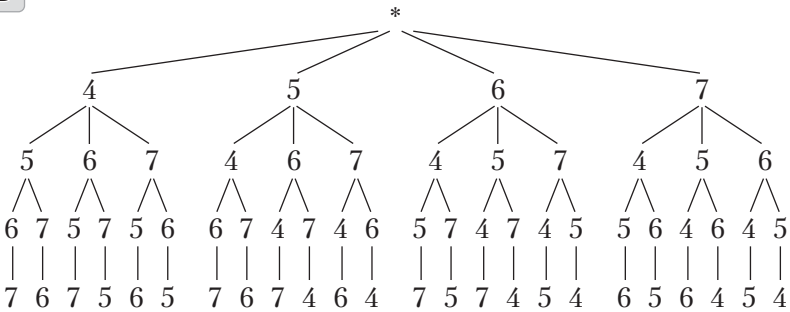
Ответ: 29 мячей.

- е) 1)  $27 - 19 = 8$  (м.) — баскетбольных;  
 2)  $8 + 6 = 14$  (м.) — футбольных;  
 3)  $19 - 14 = 5$  (м.), или  $27 - 8 - 14 = 5$  (м.) — волейбольных.  
 Ответ: 8, 5, 14 мячей.

4 Ответ: больше этажей в четвертом доме.



5



Ответ: 24 числа.

6 Составим двойную таблицу, в которой отметим возможные цвета рубашек и туфель клоунов.

	Рубашки			Туфли		
Бим						
Бом	–			–		
Бам		–		+		
	К	З	С	К	З	С

Туфли Бома не красные и не зеленые, поскольку зеленые туфли у Бама. Значит, туфли Бома синие. Тогда Биму остаются красные туфли и соответственно красная рубашка. Теперь легко установить, что рубашка Бама синяя, а рубашка Бома зеленая.



	Рубашки			Туфли		
	+	-	-	+	-	-
Бим	+	-	-	+	-	-
Бом	-	+	-	-	-	+
Бам	-	-	+	-	+	-
	К	З	С	К	З	С

Ответ: Бим одет в красную рубашку и красные туфли, Бам в синей рубашке и зеленых туфлях, Бом в зеленой рубашке и туфлях синего цвета.

- 7** 1)  $600 : 2 = 300$  (г) — на каждой чаше весов;  
 2)  $3 Я = 300$  (г) — масса больших яблок;  
 3)  $300 : 3 = 100$  (г) — масса одного большого яблока.

Ответ: 100 граммов.

- 8** Разделим монеты на 3 группы по 3 монеты. Сравним монеты из любых двух групп на весах.

*1-й способ.* Если весы находятся в равновесии, то все 6 монет настоящие. Снимаем эти монеты, а из оставшихся трех монет берем две и кладем по 1 монете на чаши весов. Если весы остались в равновесии, то фальшивая та, которая осталась, и третьим взвешиванием можно определить, легче она или тяжелее настоящей. Если весы не в равновесии, значит, та монета, которая осталась, — настоящая, а среди последних двух монет — одна фальшивая. Для ее нахождения делаем еще одно взвешивание. На одну чашу весов кладем настоящую монету, а на другую кладем, например, ту из двух монет, которая была тяжелее. Если весы в равновесии, то оставшаяся монета — фальшивая и легче остальных. Если весы не в равновесии, то тяжелая монета — фальшивая.

*2-й способ.* Если весы находятся не в равновесии, то в третьей группе находятся настоящие монеты. Эту группу монет кладем на одну чашу весов, а на другую — группу монет, которая оказалась тяжелее. Если весы в равновесии, то фальшивая монета находится в оставшейся группе и она легче остальных; из трех монет одним взвешиванием находим более легкую монету. Если весы оказались не в равновесии, то фальшивая монета — более тяжелая; из трех монет одним взвешиванием находим более тяжелую монету.

## Содержание

<i>От авторов</i> .....	3
Программа факультативных занятий .....	4
Типология текстовых (сюжетных) задач.....	14
Примерное календарно-тематическое планирование факультативных занятий.....	28
Рекомендуемая литература .....	30
<b>Занятия 1–2.</b> Решение нестандартных задач (повторение) .....	31
<b>Занятие 3.</b> Задачи с одной величиной.....	41
<b>Занятия 4–5.</b> Задачи с одной величиной повышенной сложности .....	46
<b>Занятие 6.</b> Решение комбинаторных задач с использова- нием графов.....	53
<b>Занятия 7–8.</b> Задачи на процессы (размещение, распреде- ление, покупка товара, выполнение работы и другие).....	58
<b>Занятие 9.</b> Задачи на движение.....	64
<b>Занятия 10–11.</b> Задачи с одной величиной (с сюжетом «было — изменение — стало» и другими отноше- ниями).....	70
<b>Занятие 12.</b> Решение задач с использованием кругов Эйлера.....	81
<b>Занятие 13.</b> Задачи на встречное движение и движение в противоположных направлениях.....	90
<b>Занятие 14.</b> Задачи на движение в одном направлении .....	98
<b>Занятия 15–16.</b> Задачи с дробными отношениями (две ситуации в условии).....	104
<b>Занятие 17.</b> Задачи с дробными отношениями (три си- туации в условии).....	112
<b>Занятия 18–19.</b> Задачи с геометрическим содержанием.....	117

<b>Занятие 20.</b> Задачи на нахождение четвертого пропорционального .....	125
<b>Занятие 21.</b> Задачи, в условии которых комбинируются разные сюжетные линии.....	129
<b>Занятие 22.</b> Решение логических задач с использованием принципа Дирихле.....	133
<b>Занятие 23.</b> Задачи на совместную работу .....	136
<b>Занятия 24—26.</b> Задачи на движение повышенной сложности .....	140
<b>Занятия 27—28.</b> Решение задач повышенной сложности способом подбора.....	146
<b>Занятия 29—31.</b> Решение текстовых задач разных типов с использованием отрезков.....	156
<b>Занятие 32.</b> Задачи с геометрическим содержанием .....	171
<b>Занятие 33.</b> Математический турнир.....	176
<b>Занятие 34.</b> Математический турнир.....	179
<b>Занятие 35.</b> Математический турнир.....	182

