Д. Н. Радул

ИСТОРИЯ И ФИЛОСОФИЯ НАУКИ: ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИКИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ ВУЗОВ

2-е издание, исправленное и дополненное

Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru

Москва ▪ Юрайт ▪ 2017

УДК 001.11(075.8)
ББК 87я73
Р15

***Автор*:**

Радул Дмитрий Николаевич — кандидат философских наук, доцент кафедры философии гуманитарных факультетов философского факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Радул, Д. Н.

Р15 История и философия науки: философия математики : учеб. пособие для вузов / Д. Н. Радул. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 385 с. — (Серия : Авторский учебник).

ISBN 978-5-534-03281-9

Учебное пособие ставит своей целью освоение историко-математического материала исходя из фундаментальных философских оснований. Такой подход ведет к разделению математики на три большие философско-математические традиции: философии правильных многогранников, философии материального эфира и философии атомизма. Каждая традиция в дидактических целях рассматривается отдельно. Но все три традиции связаны как три последовательных этапа в развитии европейской цивилизации. Такой подход позволяет систематизировать и упорядочить знания внутри весьма сложного здания математики как науки. Особое внимание уделяется поиску философских оснований математического знания. Историческое исследование приводит автора к гипотезе о весьма древнем происхождении всех трех математических традиций.

Для студентов, магистров, аспирантов высших учебных заведений, исследователей, работающих в области философии естественных наук, а также всех интересующихся философией математики, физики и других естественных наук.

УДК 001.11(075.8)
ББК 87я73

ISBN 978-5-534-03281-9

Оглавление

Предисловие

Учебное пособие посвящено изложению трех фундаментальных культурных традиций: философии правильных многогранников, философии материального эфира и философии атомизма. Оно задумывается как многотомное издание, которое должно охватить все основные естественные науки, а также историю техники и технологий. Сейчас читателям представляется первый том — «Философия математики».

В этой книге с дидактической точки зрения описывается становление математических наук с глубокой древности до начала XX в. Подобран большой историко-математический материал, который сознательно разделен на три больших блока согласно трем принятым философским позициям.

Автор пытается показать, что нельзя смешивать разные философские традиции внутри математического знания. Выделяются три больших математических блока, каждый из которых имеет свои собственные внутренние основания. Сами математические основания базируются на трех фундаментальных философских и общекультурных традициях. Рассматривается именно философия математики. Автор стремится исторически последовательно показать, как из общефилософских положений вытекает конкретное научное математическое знание.

С исторической точки зрения философско-математические традиции последовательно сменяли друг друга. В Античности и Средние века господствовала математика правильных многогранников в форме геометрии Евклида. Начиная с XV и до середины XIX в. приоритет принадлежал математике материального эфира. А с середины XIX в. математика постепенно становится все более атомистичной. Эта историческая последовательность обуславливает единство математического знания. Хотя все философско-математические традиции имеют историю, совпадающую по времени с историей мировой культуры, но главенствующее положение эти традиции занимают лишь определенное время.

Прослеживая процесс формирования философско-математических традиций до глубокой древности, автор приходит к гипотезе о весьма древнем происхождении философских и математических оснований всех трех традиций. В рамках этой гипотезы предпринята попытка исходить из точки зрения древних и отказаться от современной высокомерной критики их положений.

Книга является возможной реконструкцией древних представлений так, как они понимались самими древними. Это попытка представить разумно, без мистики всю систему древнего мировоззрения. Кое-где автор вводил собственные предположения, которые, по его мнению, восполняли пробелы в нашем понимании взглядов древних. Эти авторские догадки полностью открыты для критики. Важно, чтобы их место заняли другие гипотезы, а не простое отрицание. Необходимо продолжать работу именно в этом направлении, потому что именно такой подход соответствует вживанию в эпоху.

Это взгляд изнутри на культуру древних цивилизаций. Необходимо понимать, что автор не стремится доказать реальное существование древних высокоразвитых цивилизаций. Сомнительно, что в ближайшее время будут найдены какие-то решающие доказательства существования таких древних обществ. Автор в это действительно не верит. Но всемогущие «первые поколения» существуют не в реальном, а в культурном поле смыслов мировой цивилизации.

Без представлений о «золотом веке», о богах, о потустороннем мире нельзя полноценно реконструировать культуру Древнего мира, Античности и Средневековья. Но автор идет еще дальше. Нельзя полноценно реконструировать и современную европейскую цивилизацию начиная с эпохи Возрождения. Современные естественные и гуманитарные науки восстановили внутри себя смыслы античной науки. Вот она — связь времен. Без учета этих философских смыслов нельзя понять основания современных наук.

Стоящий на позициях позитивизма часто ученый пытается отмахнуться от поиска в основаниях. Действительно, у огромной массы ученых очень и очень много мелкой рутинной работы внутри своих наук. Это как женская работа по дому, которая никогда не кончается. Вот за этими, несомненно полезными, но не возвышенными делами ученый прячется от проблем в основаниях своих наук. А проблемы заключаются в мировоззренческих и философских установках, заложенных в первых аксиомах. Причем все фундаментальные мировоззренческие системы ведут свою историю из глубокой древности. Они находятся в культурном поле древних цивилизаций, о котором уже говорилось выше.

Основная задача данной книги заключается не столько в том, чтобы понять давно погибшие цивилизации, а в том, чтобы понять нашу собственную культуру, ее внутренние смыслы. Понимание внутренних смыслов современной цивилизации должно быть основной мировоззренческой установкой индивида в здоровой развивающейся культуре.

Эта книга написана в форме учебного пособия для учащегося, который захочет найти для себя внутренние смыслы философии и математики. Причем автор не претендует на познание этих внутренних смыслов, он претендует только на осознанный зрячий поиск этих смыслов. Поэтому книга приглашает читателей к совместному поиску, к совместному внутреннему творчеству. Причем возможно, что познание смыслов будет бесконечным, никогда незавершенным процессом. Но радость познания будет несомненной наградой за это.

Материал книги дидактически разнесен по трем фундаментальным культурным традициям, внутри каждой традиции материал выстроен в исторической хронологии. Каждую главу можно и очень хотелось бы развернуть в отдельную книгу. Много материала пришлось опустить из-за необходимости дополнительной проработки, на которую, к сожалению, нет времени. Практически не освещены «Альмагест» Птолемея и история тригонометрии. Нет материала по математике XX в.

Хотя книга посвящена философии математики, много внимания в ней уделено и физике, что объясняется единством философского и физико-математического знания.

Единственным существенным оправданием для этого является малая историческая дистанция, не дающая возможности строгого осмысления исторических тенденций. Кроме того, невероятная сложность для неподготовленного читателя современной математики и физики также стала препятствием для включения этого интереснейшего материала. Поэтому материалы по XX в. пока не вошли в книгу, которая претендует быть не научным исследованием, а учебным пособием.

Материал книги имеет значительную педагогическую ценность. Сами эти представления появились в процессе преподавания курсов по философии и по истории науки в МГУ имени М. В. Ломоносова. Бóльшая часть материала апробирована на занятиях со студентами, магистрами и аспирантами. Многие объяснения появились только благодаря их активному участию. Поэтому это учебное пособие написано в первую очередь для молодых людей, многие из которых еще стремятся познать истину ради нее самой.

Также автор надеется на благосклонное отношение к книге коллег по кафедре, которые, несомненно, одними из первых смогут ознакомиться с ее содержанием. Эта своеобразная книга могла появиться только благодаря атмосфере внутренней интеллектуальной свободы, царящей на нашей кафедре.

В завершение хочу сказать слова благодарности моей жене Женечке, которая вдохновляла меня в работе и помогала в написании этой книги. Особую благодарность заслужил мой сынок Сашенька, который родился в год начала работы над этой книгой. Поэтому вся работа над книгой проходила при его непосредственном и чрезвычайно активном участии. Отдельно хочу выразить свою глубокую признательность нашим родителям, которые всемерно поддерживали меня в работе над книгой, и особенно в ее издании.

Глава 1
АТОМИЗМ

1.1. Основные понятия математического атомизма

История развития человеческой культуры состоит из трех основных этапов: система мировоззрения атомизма, система мировоззрения материального эфира и система мировоззрения математических первоэлементов. Но заявленное содержание данного учебного пособия значительно у́же. Задача этой книги заключается в описании только философских оснований физико-математического знания. Однако это невозможно сделать без представления общего исторического хода культурного развития человечества. Поэтому описание основных понятий физико-математического знания будет сделано на основе аксиом философского знания, ибо философия является квинтэссенцией мировой культуры.

Философия является изложением основных положений систем мировоззрения. Математика и физика оказываются существенными и очень важными частями общей системы мировоззрения, но их понимание невозможно без философских аксиом. Для первого культурного этапа такими аксиомами являются положения философского атомизма.

В течение тысячелетий человечество находилось в полуживотном состоянии. Это состояние характеризуется пребыванием в животной пирамиде, в рамках которой осуществляется процесс внутривидовой борьбы за выживание и продолжение рода. Первобытные люди, как и многие животные, выстраиваются в иерархию доминирования внутри своей популяции.

Человек является первым живым существом, которое способно освободиться (эмансипировать) от подчинения законам животной пирамиды. Вся человеческая культура подразумевает выход из состояния животной борьбы за существование. В этом состоит суть человеческой культуры.

Первым культурным этапом развития человечества становится атомизм, индивидуализм. Само слово «атом» («индивид») означает неделимый. Социальный атомизм подразумевает субстанциональное, автономное состояние каждого отдельного человека, его независимость от надиндивидуальной организации.

Мотивация поведения человека на этом этапе больше не состоит в желании доминировать над своими собратьями в надиндивидуальном сообществе, иметь приоритетный доступ к материальным ресурсам и продолжению рода. А именно таковы главные низменные удовольствия примитивной человеческой особи. Цивилизованный человек находит новые, высшие удовольствия внутри себя. Социальный атомизм выделяет три основных высших культурных удовольствия: интеллектуальную радость, физическое совершенство (мышечная радость) и духовную коммуникацию (дружба, неплотская любовь).

Философский и математический атомизм существует в открытом виде уже более 25 веков, но предполагается, что и античная культура получила его от более древних цивилизаций. А те, в свою очередь, относят это знание к «первым поколениям».

От «первых поколений» до нас не дошли прямые свидетельства. Но знания «первых поколений» сохранились в сакральных традициях древнейших цивилизаций. И только древнегреческая культура, как предполагается, обнародовала эти «тайные знания». Древние говорили о единстве трех традиций: атомизма, философии материального эфира и философии математических первоэлементов. Философский атомизм как одна из этих трех традиций был достаточно полно представлен в античной культуре. Демокрит, софисты, Эпикур, Лукреций Кар являлись представителями философского атомизма. Демокрит и Архимед изложили основные положения математического и физического атомизма.

Теперь перейдем к изложению основных понятий атомизма. Атомизм признает два основных начала сущего — атомы и пустоту. Следует сразу сказать, что эти начала не относятся к чувственно воспринимаемому миру. Эти начала не даны нам в наших ощущениях. Древние приводили достаточно свидетельств этому утверждению. Мир атомов и пустоты существует вне нас, но мы с ним не соприкасаемся непосредственно. Мир наших ощущений и мир атомизма — это два разных мира. Закономерности мира атомизма лишь отчасти соответствуют тому, что мы можем наблюдать в окружающем нас мире. Наш мир очень специфичен, ибо он «переработан и сконструирован» нашим телесным организмом. Поэтому он и не соответствует миру вне нас. Атомизм — это первая попытка выйти за пределы нашей человеческой ограниченности.

Но где и как существуют атомы и пустота? Они существуют в мире предельных скоростей. Такой предельной скоростью является скорость света. Все, что мы ощущаем, уже имеет скорость меньше этого предела. Мы говорим, что свет движется с этой предельной скоростью. Но тот свет, который мы ощущаем или регистрируем приборами, уже заторможен воспринимающими устройствами. Однако мы не должны впадать в гносеологический пессимизм. Человек действительно не может непосредственно столкнуться с миром атомов. Но мы можем его искусственно моделировать. Так мы создаем первый искусственный мир — мир науки.

Мир атомизма не является непрерывным, он принципиально дискретен. Атомы-точки (неделимые) суть актуально бесконечно малые, возникшие в результате актуально бесконечного деления. Линия состоит из актуально бесконечного количества неделимых точек (рис. 1.1).

Рис. 1.1

Плоскость состоит из актуально бесконечного количества неделимых линий (рис. 1.2).

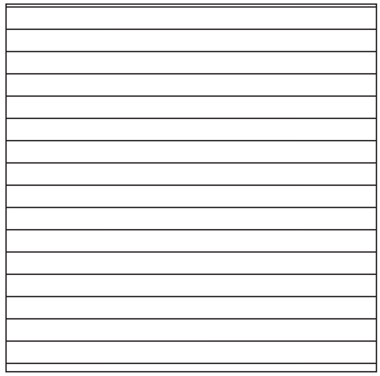

Рис. 1.2

Тело состоит из актуально бесконечного количества неделимых плоскостей (рис. 1.3).

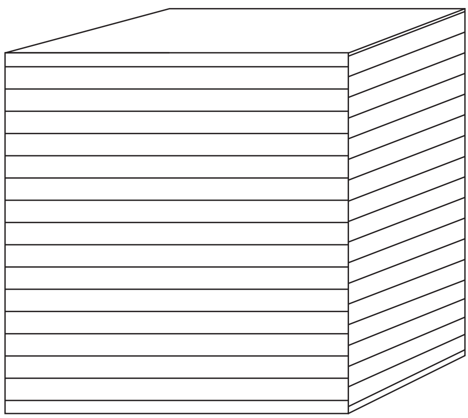

Рис. 1.3

Итак, атомы и пустота принципиально возможны только при актуально бесконечном делении. Но как понять, что такое это актуально бесконечное деление? Попытаемся подробно пояснить это понятие на примере современной теории относительности. Самые известные формулы теории относительности выражают основные положения атомизма. Если мы возьмем некоторую линию (длину) и мысленно разгоним ее до скорости света, то она схлопнется в точку, т.е. потеряет одно измерение и станет неделимой атомизма.

Так возникают атомы, имеющие нулевую размерность. Вот цитата, которая характеризует такое понимание: «Согласно Фитцджеральду и Лоренцу, движущиеся тела испытывают в направлении своего движения сокращение вполне определенной величины, которое тем сильнее, чем больше скорость тела. Сокращение максимально, когда скорость тела достигает скорости света в пустоте; в этом предельном случае длина тела в направлении движения стала бы равной нулю»[1]. Таков атомистический смысл всемирно известной формулы сокращения длины.

Точно такая же ситуация происходит при разгоне плоскости и объема. При этом мы получаем неделимую линию и неделимую плоскость. «Из этих двух принципов Эйнштейн вывел математически лоренцево сокращение движущихся тел при их наблюдении из покоящейся системы: если скорость движущегося тела приближается к скорости света, сжатие достигает максимума и тело сжимается в плоскую фигуру»[2].

Еще более удивительная ситуация получается с формулой замедления времени. Ведь атомы взаимодействует между собой мгновенно через пустоту. Такова суть теории дальнодействия атомистической физики. Итак, при разгоне до скорости света временной интервал превращается, замедляется-уменьшается, схлопывается в мгновение-атом времени. Поэтому время представляет собой совокупность атомов-мгновений. Ведь 25 веков назад Демокрит учил именно о том, что время состоит из мгновений. Когда Галилей и Ньютон говорили о мгновенном взаимодействии, то они имели в виду не бесконечно большую скорость, а мгновение-атом времени Демокрита. Атомизм описывает удивительный мир. Это мир на границе предела скорости света. При достижении этого предела тела состоят из неделимых плоскостей, плоскости состоят из неделимых линий, а линии — из неделимых точек. В этом мире взаимодействие между атомами происходит мгновенно.

В III в. до н.э. Архимед построил атомистическую статику и рассмотрел первые задачи атомистической динамики. Атомистическая математическая традиция не прерывалась в течение всей Античности и Средневековья. В XVII в. математика неделимых Кеплера, Галилея и Кавальери была основанием для атомистической механики Галилея — Ньютона. Ньютон создал атомистический вариант дифференциального и интегрального исчисления. Но подлинный расцвет атомизма начинается лишь во второй половине XIX в. Именно в этот период господствовавшая эфирная математика столкнулась с патологическими функциями. Оказалось, что линия не непрерывна, а состоит из бесконечного количества дискретных фрагментов, которые очень быстро были опознаны как актуально бесконечно малые атомы-точки. Началась современная эра теоретико-множественных построений. Наиболее известной стала теория множеств Кантора, которая однозначно признавала актуальную бесконечность. В 1881 г. опыт Майкельсона не обнаружил эфирный ветер. Спектры излучения абсолютно черного тела заставили физиков признать дискретный характер излучения, что противоречило непрерывности эфира. И наконец, Эйнштейн принципиально отказался от эфира. Это положило конец господству материального эфира в физике. Современные квантовая механика и теория относительности построены на основе атомистических теоретико-множественных представлений математики.

---

[1] *Льоцци М.* История физики. М., 1970. С. 319.

[2] Там же. С. 324.

1.2. Древний Египет и Вавилон

Данный параграф будет посвящен атомистической математической традиции в Древнем Египте и Вавилоне. Но начать следует с общих замечаний касательно источников, характера и объема древних математических знаний. Древние не приписывали себе знаний, которые они приобретали. Эти знания принадлежали, по их свидетельствам, более древним народам, которых они в священных книгах называли «первые поколения». Существовали ли высокоразвитые древние цивилизации или нет, должна доказать или опровергнуть археология. Но реконструкцию культуры древних цивилизаций необходимо осуществлять исходя из внутренних мировоззренческих установок этих древних народов.

Одним их таких постулатов являлось представление о существовании «золотого века», богов и «первых поколений». Если не учитывать основные посылки древнего мировоззрения, то при реконструкции получится существенно неправильная теория. И такая теория будет принципиально неправильно и искаженно отражать мировоззрение древних. Поэтому одна из методологических установок данной работы заключается в том, чтобы встать на точку зрения древних и на этой основе максимально полно и непротиворечиво описать их мировоззрение исходя из принятых ими мировоззренческих аксиом.

В начале этого параграфа следует составить общее представление о состоянии египетских и вавилонских математических знаний. Как отмечено выше, для этого следует привести представления древних о происхождении и давности тех философских и математических знаний, которые известные нам цивилизации унаследовали, хранили и ретранслировали. «Блаженный Аристотель утверждает, что одни и те же представления часто возникают у людей через некие определенные промежутки в круговом движении мира, поэтому науки впервые были созданы не нами или теми, кого мы знаем. Но уже появлялись во время прежних круговоротов (нельзя сказать, скольких по числу) и опять будут появляться в будущих»[1].

Более того, ни египтяне, ни вавилоняне не стремились в прямом смысле слова открыть эти знания людям, как это позже сделали греки, еще приписав себе славу создания этих знаний. Математические и философские знания в этих цивилизациях были сакральным уделом особых посвященных каст жрецов. Имеющиеся у нас источники явно носят характер предварительного ученичества и совсем не похожи на фундаментальные публичные великие трактаты Античности, например «Начала» Евклида или «Конические сечения» Аполлония. Из-за этой скрытности традиционно считается, что цивилизации Древнего Египта и Вавилона были слабо развитыми как в техническом, так и в научном отношении. Но новые факты все более заставляют нас изменить такое отношение к этим первым историческим цивилизациям Древнего мира.

Вот свидетельство Г. Г. Цейтена о египетской и вавилонской цивилизациях: «Обладая высокой во многих отношениях цивилизацией, ведя

---

[1] *Прокл.* Комментарий к первой книге «Начал» Евклида. Введение. М., 1994. С. 161.

обширную торговлю и возводя, как мы уже указали, крупные сооружения, египтяне нуждались в известных способах вычисления и в геометрических знаниях, выходящих из рамок одного лишь землемерного искусства. Другим доказательством известной высоты достигнутого ими уровня знаний в математике является их астрономия, далеко уступающая, впрочем, по своему значению вавилонской астрономии»[1].

Другое мнение принадлежит М. Я. Выготскому, который выступает против признания безоговорочного превосходства вавилонян над египтянами: «Можем ли мы *a priori* поставить египетскую математику на голову ниже вавилонской? Ведь во всех остальных областях культуры эти две страны стояли на равной высоте. Кроме того, между этими странами существовало и культурное общение, так что трудно допустить, чтобы распространенные в Вавилоне методы могли бы остаться неизвестными в Египте.

И действительно, присматриваясь к задачам, известным нам из вавилонских текстов, мы находим среди них такие, которые схожи по содержанию с египетскими. Особенно интересно то, что сходство таких задач обнаруживается не только в содержании, но и в методе решения. Наконец, и форма изложения там и здесь одна и та же. Все это говорит против предположения о том, что египетская математика была на голову ниже вавилонской»[2].

Но Цейтен также не стремится принижать роль древнеегипетского знания. Вот еще одна его цитата: «Впрочем, если Демокрит в эпоху, когда греческая геометрия стояла уже на довольно значительной высоте, мог ссылаться, как на доказательство своего искусства в геометрических построениях, на тот факт, что его ни разу не превзошли египетские гарпедонанты (натягивающие веревку), т.е. люди, которые должны были, соблюдая торжественные обычаи, следить за тем, чтобы храмы были в точности расположены по солнцу, то трудно предположить, чтобы знания таких людей ограничивались такими простыми построениями, как упомянутые нами выше»[3].

Теперь рассмотрим вопрос о том, считать ли науку Древнего Египта и Вавилона преднаукой или наукой. Основным недостатком познаний этих цивилизаций считается отсутствие систематичности изложения. Эта систематичность приводится современными учеными как одна из существенных черт науки в отличие от преднауки. В качестве эталона такого систематического изложения приводятся «Начала» Евклида. Думается, что столь формальный признак нельзя положить в основание отличия науки от преднауки. Если кто-то захочет изложить современный функциональный анализ в виде рецептов, то разве от этого функциональный анализ перестанет быть наукой? Думается, что считать так было бы неразумно. Также и использование приближенных методов вычисления тоже нельзя полагать как признак преднауки, ибо в современном математическом анализе доля приближенных методов чрезвычайно высока.

Необходимо рассматривать знания по существу, а не по форме изложения. Тем более что от древнегреческой науки до нас дошли практически все

---

1 *Цейтен Г. Г.* История математики в древности и в средние века. М. ; Л., 1932. С. 22.

2 *Выготский М. Я.* Арифметика и алгебра в Древнем мире. М., 1967. С. 75.

3 *Цейтен Г. Г.* Указ. соч. С. 23.

общепризнанные лучшие образцы математических сочинений, в то время как найденные нами египетские и вавилонские источники явно носят ученический характер. Вот еще одно высказывание М. Я. Выготского: «Мы видели, что египетские математические тексты содержат либо схему решения, либо его словесный рецепт, но не содержат ни анализа задачи, ни обоснования приведенного рецепта.

Значит ли это, что египетские вычислители не производили анализа и не умели обосновать решения? Отнюдь нет. Напротив, из приведенных примеров видно, что в основе решения каждой задачи лежит продуманный план, который по принятой педагогической традиции не излагается (чем вызвана такая традиция — к этому вопросу мы еще вернемся в дальнейшем). Отсюда вывод: если среди имеющихся у нас древнеегипетских задач мы находим такие, методическое решение которых требует высокого уровня математических знаний, и для них дан правильный ответ, то мы вправе заключить, что соответствующий уровень науки был в Египте достигнут»[1].

Отличие науки от преднауки следует полагать в цели знания и наличии философских оснований. Тогда перед нами наука. А если ученые не осознают цели и основания, то перед нами техническое применение. Как правило, такая ситуация возникает, когда наука используется как средство для решения военных или экономических целей. Но, собственно, людей, участвующих в такой деятельности, называют не учеными, а инженерами. А преднаукой и донаукой можно считать знания тех обществ, которые обладают познаниями, но не понимают их целей и оснований.

Познания древних египтян и древних вавилонян следует считать наукой, ибо они обладали пониманием смысла, который заключается в поэтапном преобразовании хаоса в космос. Это закреплено в их религиозно-мифологических представлениях. А математика и физика вплетены в общую с этими представлениями систему. Вот что сказано в древнеегипетском математическом папирусе о его назначении: этот папирус посвящен «совершенному и основательному исследованию всех вещей, пониманию их сущности, познанию их тайн»[2]. Здесь можно говорить о степени осознанности данной традиции в каждый исторический период теми или иными поколениями жрецов, но это уже принципиально случайные моменты.

Теперь перейдем к непосредственному рассмотрению атомистической традиции в Древнем мире. К сожалению, свидетельства о наличии атомистической традиции в Древнем Египте практически отсутствуют. Разве что только система двоичного умножения, которая используется в современной компьютерной технике, может косвенно подтвердить гипотезу о существовании атомизма в Древнем Египте. Изложение системы исчисления египтян все же проведено в главе, посвященной первоэлементам, т.е. пока отнесено к другой традиции.

Но вполне достаточный материал по атомизму предоставляет вавилонская цивилизация в лице халдеев. Попытаемся составить картину халдейских представлений о математике и астрономии. О древности вавилонской

---

1 *Выготский М. Я.* Указ. соч. С. 57—58.

2 История математики с древнейших времен до начала XIX века. Т. 1. М., 1970. С. 20.

астрономической традиции существует множество свидетельств. Приведем свидетельство Аристотеля в изложении Лапласа: «Птолемей оставил нам несколько таких наблюдений. Наиболее древние из них — это три затмения Луны, наблюдаемые в Вавилоне в 720 и 719 гг. до н.э. и использованные им для определения движения Луны.

Несомненно, Гиппарх и он не имели более древних наблюдений, которые были бы достаточно точны, чтобы служить для этих определений, точность которых зависит от интервала времени, разделяющего крайние наблюдения. Это соображение должно уменьшить наше сожаление о потере халдейских наблюдений, которые Аристотель, если верить Порфиру, цитированному Симплициусом, получил в передаче от Каллисфена и которые относились к эпохе, девятнадцатью веками предшествовавшей царствованию Александра [Македонского, 356—323 гг. до н.э.]. Но халдеи не могли бы открыть иначе, чем длинным рядом наблюдений, период в 6585⅓ суток, в течение которых Луна делает 223 обращения относительно Солнца, 239 аномалистических обращений и 241 обращение относительно своих узлов»[1].

Собственно халдеи — это жреческая каста, которая основала Нововавилонское царство. Это царство достигло наивысшего господства в конце VII — начале VI в. до н.э. после победы над Ассирией, но достаточно быстро пало под ударом персидских варваров. Само халдейское царство было уничтожено, но халдеи остались. Поэтому вавилонская математика V в. до н.э. была халдейской математикой. Халдейская математическая традиция была тесно связана с астрономией. И. Н. Веселовский относит начало развития вавилонской планетной астрономии к VI в. до н.э.[2]

Халдеи были способны предсказывать затмения, противостояния и соединения планет. Но самое важное для атомистической традиции заключается в следующих достижениях вавилонян. Веселовский пишет, что «автор так называемой 14 книги "Начал" Евклида александриец Гипсикл в своем "Анафорике" пользуется введенным вавилонским астрономом Кидипну способом представления постепенного изменения скорости движения планет при помощи арифметической прогрессии — нечто аналогичное введеному Галилеем равноускоренному и равнозамедленному движению»[3]. Представления Галилея о равноускоренном движении — это уже безусловно атомистическая традиция. Подробно об этом будет говориться в параграфе, посвященном Галилею.

Основным математическим инструментом халдеев являлась «арифметическая прогрессия с постоянной разностью, возрастающая и убывающая между фиксированными пределами»[4]. Эта прогрессия использовалась для описания неравномерного движения Солнца, Луны и планет. «Они оперируют либо со ступенчатыми функциями (тип *A*), либо с линейными зигзагообразными функциями (тип *B*)»[5]. Скорости движения небесных

---

1 *Лаплас П. С.* Изложение системы мира. М., 1982. С. 261.

2 *Архимед*. Сочинения. Вступительная статья И. Н. Веселовского. М., 1962. С. 39.

3 Там же. С. 39.

4 *Нейгебауэр О.* Точные науки в древности. М., 1968. С. 116.

5 Там же. С. 132.

светил выстраиваются в таблицы, в которых заключены данные наблюдений за сотни лет.

На одной из клинописных глиняных табличек III—II вв. до н.э. была найдена таблица лунных эфемерид. Эта таблица описывала моменты соединения Луны и Солнца. Данные этой таблицы как раз и выстраивались в виде зигзагообразной функции. «Астрономы того же времени составляли таблицы, характеризующие зависимость скорости Солнца v от его эклиптической долготы λ. Эти таблицы можно графически представить ступенчатыми ломаными линиями»[1]. Нейгебауэр считает, что ступенчатые функции отражают более простой и непрерывный способ описания движения. А зигзаобразные функции позволяют описать явные разрывы непрерывности (скачки), которые присутствуют в таблицах. На рис. 1.4 дано изображение скорости движения Солнца в случае, если скорость Солнца «считается постоянной на двух дополняющих друг друга дугах эклиптики»[2]. На рис. 1.5 изображено зигзаобразное движение (тип *B*).

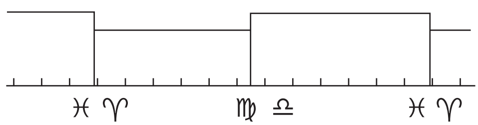

Рис. 1.4

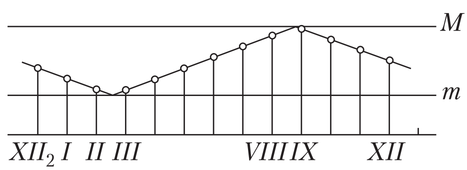

Рис. 1.5

Халдеи откладывали значения убывающей последовательности чисел на графике с равноотстоящими точками так же, как это делали Орезм и Галилей при описании равномерных и равноускоренных движений. Эти числа представляются линиями на графике и отражают годичное изменение скорости Солнца.

Математика первоэлементов принципиально не оперирует разрывными функциями. Алгебра материального эфира способна давать описания функций, соответствующих типу *A*. Об этом будет более подробно рассказано во второй главе этой книги. А вот зигзагообразные функции типа *B* потребовали использования древней атомистической традиции. Атомизм способен работать вне непрерывности. Он способен рассматривать даже всюду разрывные точечные функции. Задача движения планет математически «решается арифметическими средствами, аналогичными приближению синусоидальной кривой линейной зигзагообразной функцией»[3].

1 История математики с древнейших времен до начала XIX века. Т. 1. С. 41.

2 *Нейгебауэр О.* Указ. соч. С. 120.

3 Там же. С. 123.

Поэтому вавилонская планетная астрономия обязана была использовать атомистические методы. Так что во времена Кидипну, который применял линейные зигзагообразные функции[1], атомизм у халдеев точно был.

Приведем еще один факт в подтверждение наличия атомизма у вавилонян: «В селевкидских текстах находятся задачи с суммированием n членов геометрической прогрессии, например $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, ..., 2^9$, правда, способ решения из текста не совсем ясен. По-видимому, было обнаружено, что в такой прогрессии $S_n = (S_{n-1} + 1) + S_{n-1}$, — это легко заметить при небольшом количестве слагаемых. Особенно замечательно правило суммирования ряда натуральных квадратов, высказанное применительно к сумме $1^2 + 2^2 + ... + 10^2$; в буквенном выражении его можно записать следующим образом: $\sum_1^n m^2 = (1 \cdot 1/3 + n \cdot 2/3)N$, где $N = \sum_1^n m$»[2]. Относительно этих клинописных табличек Ван дер Варден делает следующее замечание: «Правда, текст этот очень поздний, но он очень похож на древневавилонские тексты»[3]. Очевидно, что эти суммирования принадлежат к атомистической традиции. Именно с них начинался атомизм Нового времени.

Свидетельство о вавилонском астрономе Кидипну и селевкидских текстах, естественно, не является доказательством в пользу наличия у халдеев этих атомистических знаний уже в V в. до н.э. Но традиция вавилонской планетной астрономии идет еще с VI в. до н.э. И эта традиция совпадает с тем, что было у Кидипну. А раз традиция одна, то и основоположения традиции должны быть одни. Значит, должен быть атомизм и в VI в. до н.э. Причем суммирование квадратов вообще относится к еще более древнему периоду.

О. Нейгебауэр так говорит о древневавилонском периоде: «Возвращаясь к древневавилонскому периоду, мы находим много других свидетельств высокого искусства вычислений у писцов этого периода. Мы находим таблицы квадратов и квадратных корней, кубов и кубических корней, сумм квадратов и кубов, необходимых для численного решения кубических уравнений специального типа, таблицы показательных функций, применявшиеся для вычисления сложных процентов, и так далее ... Наконец, нет никакого сомнения, что рассматривались такие задачи, которые в современном смысле выходят за пределы алгебры. Это ясно не только из задач на сложные проценты, но и из числовых таблиц для последовательных степеней данных чисел. С другой стороны, мы имеем тексты, посвященные определению показателей данных чисел. Иными словами, фактически экспериментировали со специальными случаями логарифмов, однако без какого-либо общего использования этой функции»[4].

Сразу следует оговориться, что атомизм является одной из математических традиций. В Вавилоне были также развиты математика первоэлемен-

---

1 *Нейгебауэр О.* Указ. соч. С. 139.

2 История математики с древнейших времен до начала XIX века. Т. 1. С. 40.

3 *Ван дер Варден Б. Л.* Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции. М., 1959. С. 105.

4 *Нейгебауэр О.* Указ. соч. С. 49, 58.

тов и, особенно, алгебраическая традиция математики материального эфира. Влияния вавилонской алгебры на Диофанта общепризнанно. Халдеи обучали Демокрита, и через него атомистическая традиция закрепилась в Древней Греции.

1.3. Демокрит, софисты и Эпикур

В данном учебнике развивается идея о том, что атомизм не является изобретением древних греков. Эта древняя традиция была получена греками от вавилонян и египтян, так же как ими было получено учение о материи как первовеществе и учение о математических первоэлементах как правильных многогранниках. Причем сами египтяне и вавилоняне скорее всего получили эти знания от поколений, которые жили до них («первых поколений»). «Древние свидетельства сообщают, что отец Демокрита принадлежал к богатейшим гражданам Абдер и что он принимал в своем доме царя Ксеркса, который отблагодарил его, прислав халдеев и магов для обучения его детей. Эти халдеи и маги были первыми учителями Демокрита, обучившими его астрономии и другим наукам»[1].

Халдеи и маги могли научить Демокрита вавилонской планетной астрономии и особенно зигзагообразному типу *B* описания движения небесных тел, как его называл Нейгебауэр. Именно тип *B* позволяет полноценно использовать атомистические методы при вычислении движения Солнца, Луны и планет. Возможно, что халдеи обучали Демокрита всем трем традициям. Но атомистическая традиция оказалась для Демокрита судьбоносной. Ей он посвятил свою жизнь и тем прославился в веках.

Когда Демокрит возмужал, то отправился по миру искать мудрости. «Из всех моих современников я обошел наибольшую часть земли; я делал исследования более глубокие, чем кто-либо другой; я видел очень много разнообразных климатов и стран и слышал весьма многих ученых мужей, и никто еще меня не превзошел в слагании линий, сопровождаемом логическим доказательством, даже так называемые египетские гарпедонанты (землемеры). С ними я пробыл на чужбине пять лет, посетив их позже всех остальных ученых»[2].

Сначала следует рассмотреть основные положения атомистической теории Демокрита. Демокрит утверждал, что «начало Вселенной — атомы и пустота»[3]. «Атом» в переводе с греческого означает «неделимое». Поэтому понимание смысла атомизма заключается в понимании, что такое неделимое. Для этого необходимо уяснить суть процесса деления. А это невозможно без уяснения понятий потенциальной и актуальной бесконечности.

Для понимания атомов необходимо обратить особое внимание на их определение через отсутствие частей. Симпликию принадлежит следующее свидетельство: «Левкипп и Демокрит считают причиной неделимости

---

[1] *Маковельский А. О.* Древнегреческие атомисты. Баку, 1946. С. 44.

[2] Там же. С. 215.

[3] Антология мировой философии. Т. 1. Ч. 1. М., 1969. С. 326.

первотелец не только непроницаемость их, но также малость и отсутствие частей»[1]. Только актуально бесконечное деление способно достигнуть атомов, т.е. объектов, которые уже не имеют частей и далее не могут по этой причине быть делимы. Вот цитата Аэция: «Некоторые принимают атомы и полагают, что деление останавливается на неделимых и не идет в бесконечность»[2].

Вот еще высказывание Диогена Лаэртского: «Должно отвергнуть возможность деления на меньшие части до бесконечности, чтобы нам не сделать все существующее лишенным всякой силы и чтобы не быть принужденными в наших понятиях о сложных телах остаться без реальности, распыляя ее в ничто»[3]. Из этой цитаты вполне определенно следует, что атомистическая традиция жестко отрицает потенциальное бесконечное деление.

Теперь рассмотрим вопрос о формах, величине и количестве атомов. Эпикур так писал об этом: «Кроме того, неделимые и полные тела, из которых образуются соединения и в которые они разрешаются, имеют необъятное число форм, ибо невозможно, чтобы такое множество различий в сложных предметах могло образоваться из одних и тех же ограниченных по числу форм. И в каждой форме подобные атомы безграничны по числу, а различие форм в них не совсем безгранично, но только необъятно»[4].

Из этой цитаты следует, что атомы нельзя считать только точками, ибо точки не могут иметь множество форм. Но нельзя считать атомы и некоторыми трехмерными объемами, ведь такой объем имел бы величину и был делим на части. Следовательно, атомы необходимо считать неделимыми только в одном измерении, а в остальных измерениях они имеют различную величину и различную форму. Ибо если не признавать неделимость только в одном направлении, то невозможно будет объяснить наличие формы. Ведь у обычного тела нельзя представить форму без одновременного принятия величины, а значит, и делимости.

Вот что Аристотель утверждал о взглядах Демокрита на формы атомов. По Аристотелю, Левкипп и Демокрит полагают «началами всего происходящего редкое и плотное, утверждают, что причинами прочих вещей являются определенные различия в них. А этих различий, по их учению, три: форма, порядок и положение. В самом деле, они говорят, что бытие различается только “очертанием, соприкасанием и поворотом”. Из них очертание есть форма, соприкасание — порядок и поворот — положение. Например, *A* отличается от *N* формою, *AN* от *NA* — порядком, *Ь* от *P* — положением»[5].

Таким образом, вполне определенно видно, что фигуры атомов весьма разнообразны. Следовательно, бывают прямолинейные неделимые и самые различные криволинейные неделимые. Чтобы поддержать это разнообразие, необходимо говорить о множестве неделимых линий и плоскостей самой различной формы.

---

1 *Маковельский А. О.* Указ. соч. С. 246.

2 Там же.

3 Антология мировой философии. Т. 1. Ч. 1. С. 324.

4 Там же. С. 348.

5 Там же. С. 322—324.

Теперь следует сказать о соединении и разъединении неделимых. «Они носятся в пустоте [ибо пустота существует], и, соединяясь между собой, они производят возникновение, расторгаясь же — гибель»[1]. Пустота есть то, что находится в промежутках между неделимыми. Но такую пустоту нельзя воображать как промежутки между телами видимого нами мира. Пустота — такой же загадочный объект, как и атомы, ибо она возникает только в процессе актуально бесконечного деления. Образом пустоты может быть бесконечная малая окрестность предельной точки в рамках современной теории множеств. Соединение атомов следует полагать как бесконечные совокупности неделимых точечных, линейных или плоскостных атомов самой различной формы. Причем эти совокупности (подобия современных интегральных сумм) должны образовывать конечные по размеру объекты.

Например, криволинейные неделимые могут линия к линии укладываться в некоторую криволинейную поверхность, а могут пересекаться и переплетаться как римановы поверхности. От количества и размера неделимых атомов, участвующих в этих совокупностях, зависит и вес полученного целого объекта. Аристотель так описывал демокритовские представления о весе неделимых: «Демокрит говорит, что каждое из неделимых бывает более тяжелым вследствие большего размера»[2]. Из этого утверждения Демокрита следует, что неделимые имеют вес и этот вес определяется размером неделимого. Из двух неделимых линий та будет весить больше, которая длинее. Также решается вопрос и для двумерной площади. Это особенно хорошо иллюстрируется способом подвешивания неделимых, который использовал Архимед. На основании этой цитаты можно понять, почему вес не является существенной характеристикой атомов. Он оказывается вторичен по отношению к размеру атомов.

Из всего вышесказанного следует, что древние атомисты понимали атомы так же, как это делали Галилей и атомисты его круга. Любое трехмерное тело можно поделить на двумерные сечения, так же и двумерное тело — на линии, а линии — на точки. Из математических сочинений до нас дошел лишь один фрагмент, в котором Демокрит обсуждает следующую апорию, подтверждающую тезис о сечениях трехмерных тел: «Если пересечь конус параллельно основанию плоскостью, то как следует мыслить о поверхностях сечений: будут ли они равными или не равными? Ведь если они не равны, то конус будет неправильной фигурой, так как в этом случае он будет заключать в себе много ступенеобразных выступов и, следовательно, неровностей; если же они равны, то отрезки будут равными и конус окажется имеющим фигуру цилиндра, так как он будет сложен не из неравных, а из равных кругов, что есть величайший абсурд»[3].

Очевидно, что Демокрит говорит о двумерных сечениях, ибо трехмерные сечения не дадут в сумме гладкий конус, а лишь эту неуклюжую неправильную фигуру со ступенчатыми выступами.

---

1 Антология мировой философии. Т. 1. Ч. 1. С. 325.

2 *Маковельский А. О.* Указ. соч. С. 233.

3 Там же. С. 84.

Именно таким же способом актуально бесконечного деления — сечения пользовался и Архимед в своих механических методах. Вот как он об этом пишет в «Послании к Эратосфену», упоминая при этом математические заслуги Демокрита: «Действительно, кое-что из того, что ранее было мною усмотрено при помощи механики, позднее было также доказано и геометрически, так как рассмотрение при помощи этого метода еще не является доказательством; однако получить при помощи этого метода некоторое предварительное представление об исследуемом, а затем найти и само доказательство гораздо удобнее, чем производить изыскания, ничего не зная.

Поэтому и относительно тех теорем о конусе и пирамиде, для которых Евдокс первый нашел доказательства, а именно, что всякий конус составляет третью часть цилиндра, а пирамида — третью часть призмы с тем же самым основанием и равной высотой, немалую долю заслуги я уделю и Демокриту, который первый высказал это положение относительно упомянутых фигур, хотя и без доказательства»[1].

Достаточно серьезный вклад в развитие атомистической традиции внесли древнегреческие софисты. Самый известный софист Протогор был учеником Демокрита. В философии софисты выступали против абсолютной истинности, на которую претендовали Сократ, Платон и их последователи. Такое абсолютное знание касалось возвышенного мира идей. Существование такого мира софисты однозначно отвергали. Именно за это они подверглись осуждению со стороны Сократа и Платона.

Софисты показывали недостаточность человеческого знания, вскрывали его ограниченность. Эта ограниченность в первую очередь связана с конечностью человеческого разума. Наш разум, согласно софистам, начинает впадать в противоречия и парадоксы, когда он в своей конечности пытается оперировать бесконечными процессами. А бесконечные процессы обязательны для математики атомизма. Поэтому софистам очень хорошо были видны все ограничения человеческого познания. Всю эту ограниченность нашего разума они выразили в известнейших софизмах. Часть софизмов вскрывает сложности оперирования с многозначными понятиями, другая часть софизмов сознательно запутывает противника, жонглируя доводами. Все это имеет конечной целью доказать слабость нашего разума и отвратить его от претензий на познание абсолютной истины в смысле Сократа и Платона.

Но наибольшее значение для развития именно математического атомизма имеют софизмы, связанные с бесконечными процессами. Самые известные софизмы такого рода были сформулированы в окончательной форме в рамках мегарской школы Евбулидом. Евбулид пытался использовать софизмы в своих целях — для доказательства невозможности истинного познания единичных вещей. На том же настаивали и софисты. Правда, Евбулид сделал свои выводы из этих софизмов. Он утверждал, что истинным может быть познание только общих идей. Этот вывод софисты, естественно, никогда не поддержали бы.

Но вернемся к евбулидовым софизмам. Самыми известными являются следующие софизмы: «Лжец», «Сорит (куча)», «Плешивый». Разберем сна-

---

[1] *Архимед*. Сочинения. М., 1962. С. 299.

чала софизм «Лжец», который можно изложить следующим образом. Рассмотрим вопрос об истинности высказывания «я лгу». Если, сказав «я лгу», я сказал истину, то, значит, я при этом солгал (т.е. сказал неправду), что противоречиво, следовательно, произнося это высказывание, я сказал неправду, т.е. солгал. Итак, доказано, что, произнося это высказывание, я солгал, а так как именно это я и утверждал, произнося это высказывание, то я тем самым сказал при этом истину, т.е. доказано и то, что я (в том же случае) сказал истину.

В этом противоречии и состоит парадоксальность этого софизма. Суть парадокса заключается в том, что множество всех подмножеств счетного множества само не является счетным, т.е. человек, который утверждает, что он лжет, не попадает в счетное множество. Он должен составить элемент множества иного порядка, чем множество всех обычных лгунов.

Почти через 25 веков софизм «Лжец» трансформировался в парадокс Рассела, вскрывший сложности построения атомистической канторовской теории множеств. Именно об этих сложностях и предупреждали софисты, которое в те далекие от нас времена тоже столкнулись с парадоксами только что импортированной вавилонской атомистики.

Более просты для понимания софизмы «Куча» и «Плешивый». В софизме «Куча» выясняется следующий вопрос: является ли одно зерно кучей? Ответ — нет. Тогда задается вопрос: а два зерна есть ли куча? Ответ опять — нет. И т.д. Также задаются вопросы о выпадении одного волоса с головы человека, стал ли он при этом лысым. Ответ — нет. И т.д. Смысл этих софизмов в том, что если одно зерно или один выпавший волос принять за нуль, а они породили кучу и лысину, то получается, что сумма этих нулей в конце концов породила эту кучу и плешь.

Это фундаментальный парадокс математического анализа. Как сумма бесконечно малых может породить конечное нечто? Достаточно вспомнить исчисление нулей Эйлера. Исследование этих софизмов вполне доказывает всю глубину математических познаний и атомистических познаний софистов. Воспринимать эти софизмы как глупые игры — это все равно что отмахиваться от инфинитезимальных парадоксов Зенона Элейского. Это могут делать только люди, далекие от проблем современной математики.

Как уже было выше сказано, софисты, как последователи Протогора и Демокрита, пытались оперировать с бесконечными процессами. Из всех софистов, занимавшихся математикой, наиболее прославился Антифонт. Именно он в V в. до н.э. предложил решение популярной тогда задачи квадратуры круга исходя из атомистических представлений.

Вот его решение: «Впишем в круг многоугольник (например, треугольник или квадрат); для него, как и для каждой прямолинейной фигуры, можно построить с помощью циркуля и линейки равновеликий квадрат. Будем теперь вписывать в круг многоугольники, удваивая число их сторон. Для каждого такого многоугольника тоже можно построить равновеликий ему квадрат. Но круг есть многоугольник с бесконечным числом сторон, значит, и для него можно построить равновеликий квадрат. Таким образом, предложение, верное для любого многоугольника с конечным числом сторон, Антифонт перенес на многоугольник с бесконечным числом сторон»[1].

---

[1] История математики с древнейших времен до начала XIX века. Т. 1. М., 1970. С. 88.

Не меньшие заслуги имеют софисты и в исследовании трансцендентных линий. Ведь трансцендентные линии являются епархией математического атомизма. Первая такая кривая — квадратрисса была обнаружена софистом Гиппием. Именно атомистическая установка позволила Гиппию открыть первую трансцендентную кривую. В отличие от алгебраических кривых трансцендентные кривые образованы двумя несоизмеримыми движениями. Так, квадратрисса образуется в результате пересечения равномерно вращающегося радиуса круга AE и прямой AB, равномерно движущейся параллельно касательной к кругу в точке начала движения. Описание этого движения удавалось в Античности осуществить только методами атомизма.

В заключение следует сказать еще несколько слов об Эпикуре. Именно эпикурейская школа стала носительницей атомистической традиции практически в течение всей эллинистической эпохи. Правда, внутри самой школы никаких серьезных математических достижений не было, но дух атомизма породил многих значительных механиков древности. К их числу следует отнести уже почти забытого Ктесибия, всемирно известного Архимеда и достаточно известного Герона Александрийского.

1.4. Архимед. Статические методы атомизма

К огромному сожалению для атомистической традиции, от математических сочинений Демокрита и софистов практически не осталось фрагментов. Атомизм в течение столетий был маргинальной традицией, которая третировалась последователями философии первоэлементов. И только сочинения Архимеда позволяют нам судить о математическом атомизме античной культуры. Почему же сохранились трактаты Архимеда? Архимед сознательно принижал атомизм и возвеличивал математику первоэлементов, т.е. ту геометрию, которую мы сейчас называем геометрией Евклида. Архимед называл геометрией только евклидову традицию, а атомизм соотносил с механическими методами.

Атомизм представлялся как подмастерье, который выполняет черновую работу для мастера. Только мастер, каковым является геометрия первоэлементов, способен придать результату совершенство. Вот как об этом говорит Архимед. Геометрические теоремы «были сначала обнаружены нами при помощи механических методов, а затем доказаны также и геометрически»[1].

Судя по всему, такая приниженная роль атомизма вполне устраивала адептов математики первоэлементов. Поэтому труды Архимеда и смогли пережить века. А что на самом деле думал Архимед? Была ли его позиция лицемерием и желанием спасти атомизм от недругов? Современные исследователи могут только догадываться об этом. Но очевидно, что Архимед работал другими, неевклидовыми методами. Он утверждал, что атомизм используется на начальном этапе, а уже затем применяются методы математики первоэлементов. Атомизм работает там, куда математика первоэлементов даже и не собирается заходить. Получается, что атомизм

---

[1] *Архимед*. Указ. соч. С. 77.

достигает результатов, которые затем используются двумя последующими традициями.

Возможно, Архимед понимал атомизм как начальное геометрическое учение. А традиции материального эфира (алгебра) и математика первоэлементов (геометрия Евклида) возникают позже (т.е. сначала был атомизм, а уже позже произошли другие геометрические методы). При таком подходе Архимед будет освобожден от возможных обвинений в неискренности. Но это лишь возможная реконструкция мыслей Архимеда. Самое важное в Архимеде — это описание методов математического атомизма. Именно это описание и будет целью нашего изложения.

Итак, в чем же суть механического метода? Рассмотрим применение механического метода на примере произведения «Квадратура параболы». Квадрирование заключается в превращении криволинейной фигуры в прямолинейную. В данном случае речь идет о превращении криволинейного сегмента параболы в прямолинейную фигуру — треугольник. Но начнем разбирать доказательство Архимеда поэтапно.

Этап 1. В первых пяти предложениях работы «Квадратура параболы» Архимед воспроизводит общеизвестные свойства параболы. Эти свойства будут в дальнейшем использоваться в доказательстве. Первое предложение описывает случай, когда основание параболы параллельно касательной и при этом диаметр (или отрезок, параллельный диаметру) делит основание пополам. Второе предложение излагает общеизвестное свойство касательной — отсекать на продолжении диаметра двойное расстояние от основания параболы до ее вершины. Третье предложение — это выражение уравнения параболы, которое аналитически представляется как $y = x^2$.

Но для дальнейшего доказательства будут важны четвертое и пятое предложения «Квадратуры параболы». Именно в них Архимед начинает делить площадь параболы на части линиями, параллельными диаметру. Архимед делит площадь параболы на конечные большие части. И если не знать о скрытом атомизме Архимеда, то смысл этого деления будет совсем не понятен. На примере конечных частей Архимед выясняет геометрический способ деления на части, параллельные диаметру. Эти же свойства сохраняются и при переходе к неделимым, т.е. тогда, когда мы разделим основание параболы на бесконечно большое количество частей.

Способ деления параболы изложен в четвертом предложении (на рисунках и при их описании использованы заглавные буквы греческого алфавита): «Пусть АВГ будет сегмент, заключающийся между прямой и параболой, пусть прямая ВΔ проведена до середины АГ параллельно диаметру или сама является диаметром и соединяющая прямая ВГ продолжена. Если параллельно ВΔ провести какую-нибудь другую прямую ΖΘ так, чтобы она пересекала прямую, проходящую через точки В и Г, то ΖΘ будет иметь к ΘΗ то же самое отношение, что ΔΑ к ΔΖ»[1] (рис. 1.6).

Во-первых, из точки на основании параболы проводится линия, параллельная диаметру. Во-вторых, эта линия пересекается параболой в определенной точке и образует отрезок ΖΗ. В-третьих, на этой линии отсекается

[1] *Архимед.* Указ. соч. С. 79.

еще один отрезок ZΘ. Этот отрезок отсекается лучом, выходящим из крайней точки основания и проходящим через вершину параболы. Тогда оба отсекаемых отрезка будут находиться в определенном отношении друг к другу и к линиям на основании параболы.

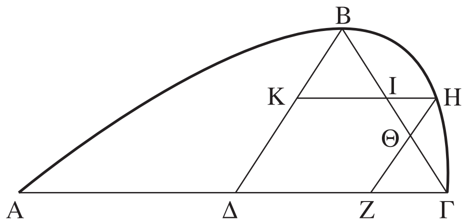

Рис. 1.6

В пятом предложении производится не единичное деление параболы, как в четвертом, а полное деление всей параболы с использованием вышеописанного способа. Здесь возникает треугольник, образованный касательной из крайней точки основания и линией, параллельной диаметру, из второй крайней точки основания, который имеет с параболой то же основание (рис. 1.7).

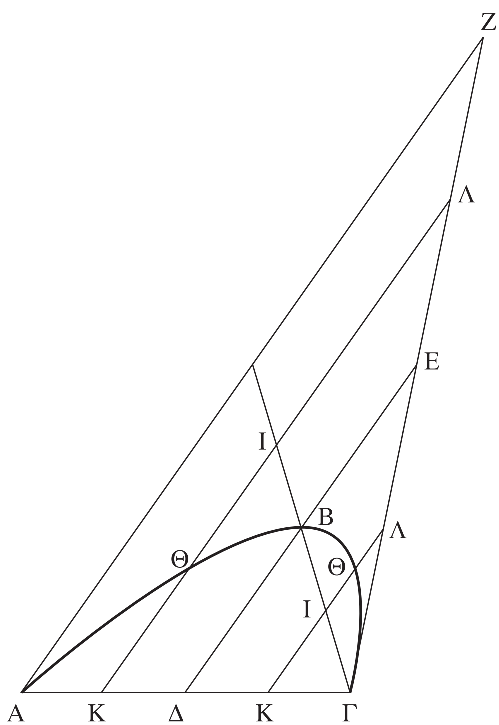

Рис. 1.7

Этап 2. На втором этапе Архимед начинает рассматривать равноплечий рычаг, на который сначала подвешивается треугольник, а потом трапеция.

В шестом предложении взвешивается прямоугольный треугольник. Этот треугольник уравновешивается некоторой фигурой с определенной площадью. Архимед доказывает, что площадь этой фигуры при данном способе подвешивания в три раза меньше площади треугольника. Смысл доказательства Архимеда заключается в следующем. Обе площади должны быть подвешены каждая в одной точке, т.е. на линии центра тяжести.

Для прямоугольного треугольника этот центр тяжести находится так. Сторона, располагающаяся на плече рычага, делится в отношении 1 к 2 в точке Е (рис. 1.8). Именно в этой точке и должен быть подвешен прямоугольный треугольник. При этом за доказательством этого факта Архимед отсылает читателя к утерянной сейчас работе «Механика». Вторая из сравниваемых площадей по условию была подвешена на конце равноплечного рычага. Итак, расстояние от центра подвеса во втором случае будет 3, а в первом — 1. Отсюда вторая площадь в три раза меньше первой. Ибо таково соотношение для рычага.

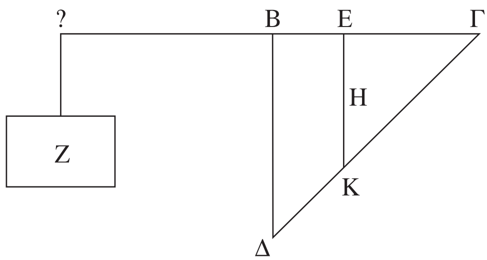

Рис. 1.8

Здесь пришло время сказать об отношении линии, через которую проходит центр тяжести, и неделимых. Центр тяжести тела может представлять собой вес тела в отношении его весовой характеристики. А это значит, что с точки зрения веса двумерная фигура схлопывается в линию (линию подвеса центра тяжести), а линия подвеса схлопывается в точку (точку центра тяжести). Поэтому для атомизма так важно изучение центров тяжести фигур и объемов, ибо это и есть прямой путь к неделимым. Для нашего мира линии подвеса и точки центров тяжести являются идеальными линиями и точками. Они реальны именно в мире атомизма и предельных скоростей.

Но продолжим краткое описание хода мыслей Архимеда. Седьмое предложение рассматривает уже любой подвешенный треугольник, а не только прямоугольный. Предложения восемь и девять вводят отношение «больше» и «меньше» между подвешенными площадями треугольников. А предложения 10—13 вводят отношение «больше» и «меньше» между подвешенными площадями трапеций. Эти отношения будут ключевыми в доказательстве данного трактакта. Ибо Архимед не вводит в «Квадратуре параболы» неделимые явно. Здесь используется классический метод приведения к противоречию. Сначала доказывается, что искомая площадь не может быть больше некой определенной площади, а затем доказывается, что она не может быть меньше ее. Отсюда следует, что она равна этой площади. Этот метод всегда использовался в античной математике, чтобы избежать неделимых.

Этап 3. На третьем этапе доказательства Архимед снова вводит сегмент параболы. Этот тот сегмент параболы, который был разделен определенным образом в предложении пять. Теперь этот сегмент подвешивается на равноплечий рычаг. В предложении 14 рассматривается более наглядный и простой случай, когда основание сегмента параболы перпендикулярно диаметру. Архимед сравнивает площадь параболы и площади вписанных и описанных определенным образом трапеций и треугольников. Площадь сегмента параболы оказывается больше суммы вписанных в нее фигур и меньше суммы описанных. Утроенные суммы вписанных и описанных фигур оказываются меньше и больше соответственно треугольника, построенного над основанием сегмента параболы и пересечением касательной к одному концу основания и линии, параллельной диаметру, из другого конца основания. Затем это же доказывается для произвольного сегмента параболы в предложении 15.

Теперь перейдем к самому важному атомистическому предложению «Квадратуры параболы». Это предложение 16 (рис. 1.9).

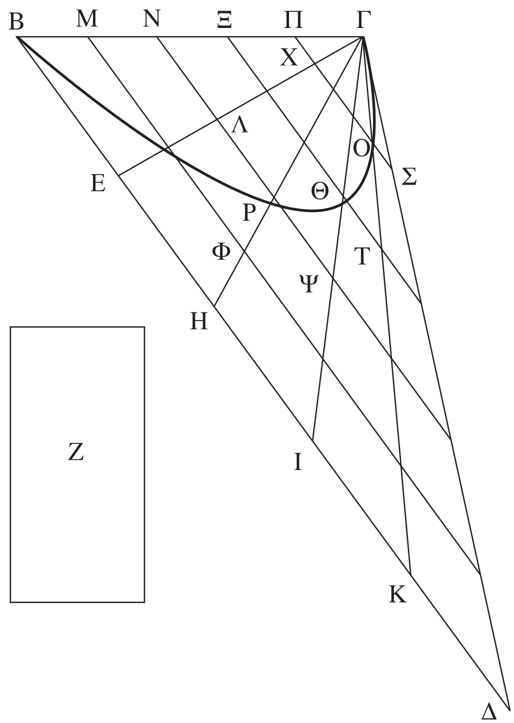

Рис. 1.9

Именно здесь Архимед использует доказательство от противного. И здесь же применяется знаменитая лемма Архимеда: «Если имеются две неравные площади, то, постоянно прибавляя к самому себе избыток, на который бóльшая площадь превосходит меньшую, можно получить площадь, которая была бы больше любой заданной ограниченной площади»[1]. Архимед доказывает, что сегмент параболы равен трети треугольника BΔΓ, заключенного между основанием сегмента, касательной в одном конце основания и параллельной диаметру линии из другого конца.

Сначала предполагается, что сегмент параболы больше трети этого треугольника. Эта треть равна площади Z. Тогда избыток можно складывать с самим собой и получить треугольник, больший треугольника BΔΓ. В этом случае можно взять треугольник BΓE, меньший данного избытка, внутри треугольника BΔΓ. Этот треугольник Архимед соотносит с трапециями и треугольником вдоль параболы. Он показывает, что треугольник BΓE равен сумме этих фигур.

Архимед также показывает, что вписанные в сегмент параболы трапеции и треугольник плюс треугольник BΓE будут больше сегмента параболы. Поэтому площадь Z явно должна быть меньше суммы. Иначе Z плюс BΓE тоже были бы больше сегмента параболы, но это противоречит заданным условиям. Следовательно, треугольник BΔΓ, равный утроенной площади Z, оказывается меньше утроенной площади вписанных в сегмент параболы фигур. Но в предложениях 13 и 14 было доказано, что BΔΓ больше суммы этих фигур. Так достигнуто первое противоречие, т.е. сегмент параболы не может быть больше площади Z (трети треугольника BΔΓ).

Теперь Архимед делает другое предположение. Пусть сегмент параболы меньше площади Z. Доказательство проводится таким же способом, как и для предыдущего случая, когда сегмент параболы больше площади Z. Таким образом доказывается утверждение предложения 16.

Предложение 17 использует полученный в предложении 16 результат для доказательства равенства криволинейной фигуры (сегмента параболы) прямолинейной фигуре (четырем третям треугольника). «Всякий сегмент, заключенный между прямой и параболой, составляет четыре трети треугольника, имеющего с сегментом то же самое основание и равную высоту»[2] (рис. 1.10). Доказательство проводится через сравнение определенным образом вписанного и описанного треугольника. В целом доказательство предложения 17 было бы невозможно без использования принципов математического атомизма на протяжении всех предыдущих предложений «Квадратуры параболы».

Этап 4. Теперь Архимед доказывает тот же результат методами математики первоэлементов. В предложении 20 выясняется, что «если в сегмент, заключенный между прямой и параболой, вписать треугольник, имеющий с сегментом одно и то же основание и равную высоту, то вписанный треугольник будет больше половины сегмента»[3]. В следующем предложении Архимед сначала вписывает в сегмент треугольник на основании сегмента параболы, а затем в оставшиеся сегменты вписывает подобные дополнительные треугольники, которые исчерпывают сегмент параболы (т.е. Архимед начинает использовать классический метод исчерпывания Евклида).

[1] *Архимед*. Указ. соч. С. 77.
[2] Там же. С. 89.
[3] Там же. С. 90.

В последующих двух предложениях Архимед сравнивает сегмент параболы с любым количеством площадей, взятых в непрерывной пропорции. В завершение книги Архимед доказывает отношение сегмента параболы и вписанного треугольника: «Всякий сегмент, заключенный между прямой и параболой, составляет четыре трети треугольника, имеющего с ним одно и то же основание и равную высоту»[1] (рис. 1.11). Это предложение, как легко заметить, полностью повторяет предложение 17.

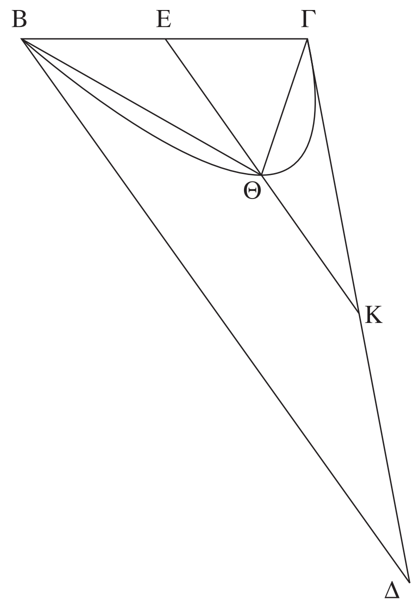

Рис. 1.10

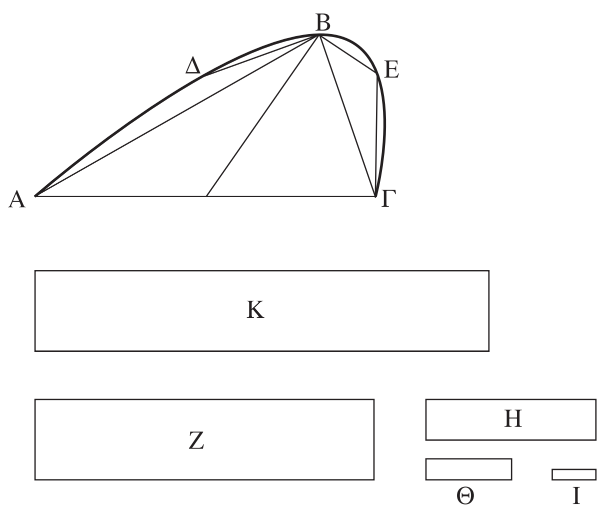

Рис. 1.11

[1] *Архимед*. Указ. соч. С. 93.

Теперь разберем смысл атомистического метода на примере нахождения площади под параболой *OLB* (рис. 1.12, здесь использован латинский алфавит)).

Эта площадь ограничена осью абсцисс, дугой параболы, заданной уравнением $y = ax^2$, и ординатой ее, соответствующей абсциссе $OA = l$. По оси x откладываются равные интервалы Δx. По оси ординат откладываются отрезки, возрастающие пропорционально ряду квадратов натуральных чисел. Пусть *KL* будет одной из таких ординат, ее величина находится как ax^2 и вся площадь полоски-ординаты будет $\Delta S = ax^2 \cdot \Delta x$. Теперь Архимед начинает сравнивать криволинейную площадь под параболой справа и прямолинейную площадь треугольника слева. На самом деле Архимед начинает сравнивать полоски справа и слева. А эти полоски и есть неделимые атомизма.

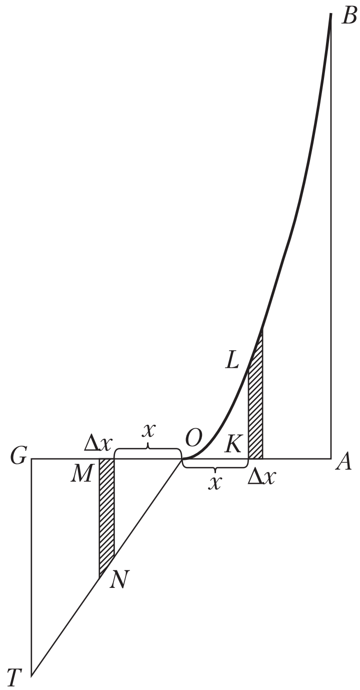

Рис. 1.12

Архимед сдвигает одну за другой ординаты на конец рычага *AB*. В определенном смысле Архимед схлопывает площадь *OAB* в линию *AB*. Тогда момент этой полоски относительно точки *O* будет $l \cdot \Delta S = l \cdot ax^2 \cdot \Delta x$. Далее Архимед уравновешивает этот момент при помощи подвешивания полоски $MN \cdot \Delta x$ к левой стороне рычага на таком же расстоянии $OM = x$ от точки *O*. Величина соответствующей ординаты *MN* определяется через сравнение моментов относительно точки *O* обеих полосок. Таким образом, будем иметь $x \cdot MN \cdot \Delta x = l \cdot ax^2 \cdot \Delta x$, откуда $MN = alx$.

Архимед смог приравнять криволинейную и прямолинейную ординаты, т.е. два разного рода неделимых. Таким способом Архимед начинает преобразовывать криволинейную площадь в прямолинейную. Причем приравнивание неделимых производится через приравнивание моментов, ибо геометрически неделимые существенно разные. А это и есть суть метода неделимых.

Поступая так с каждой полоской, Архимед получает на левом плече рычага ряд полосок непрерывно распределенных по длине ***GO***. Так как ординаты полосок на левом плече рычага будут пропорциональны расстояниям x, то концы их расположатся по прямой линии ONT; величина последней ординаты GT будет al^2.

После того как распределение полосок по левому плечу OG рычага будет закончено, становится понятным, что вся площадь OAB, сосредоточенная на конце A, будет уравновешена треугольником OGT, прикрепленным к стороне OG. Площадь этого треугольника равна $1/2al^2 \cdot l$, расстояние от вершины O его центра тяжести будет $2/3OG = 2/3l$. Следовательно, сравнивая момент этого треугольника с моментом относительно O искомой площади S, сосредоточенной в точке A, Архимед получает $2/3l \cdot 1/2al^2 \cdot l =$ $= Sl$. Отсюда находится величина $S = 1/3OA \cdot AB$, т.е. искомая площадь равна одной трети площади прямоугольника, построенного на абсциссе OA и конечной ординате AB.

«Мы видим, что успех вывода получается в результате понижения степени рассматриваемой кривой — нахождение площади, ограниченной кривой 2-й степени и двумя прямолинейными отрезками, сводится к определению *центра тяжести* площади, ограниченной кривой первой степени, т.е. прямой»[1]. Получается, что центр тяжести — это то, во что схлопывается треугольник. Парабола же схлопывается в линию AB.

Все вычисления центров тяжести нужны были Архимеду только для того, чтобы затем использовать метод неделимых (атомизм) для преобразования площадей криволинейных фигур в прямолинейные. Таким образом, статика является методом математического атомизма. Суть статики заключается в том, что сравниваются криволинейная фигура и прямолинейная. Все неделимые криволинейные собираются в одной точке, а все неделимые прямолинейной фигуры (равные неделимым криволинейной) сначала располагаются вдоль прямой линии, образуя какую-то прямолинейную фигуру. Затем все неделимые прямолинейной фигуры собираются в точку, соответствующую центру тяжести данной прямолинейной фигуры. И окончательно проводится финальное сравнение.

1.5. Архимед. Динамические методы атомизма

Архимеду принадлежат и атомистические методы, которые впоследствии составили основу новоевропейской динамики Галилея — Ньютона. Впервые равноускоренное движение встречается в математических выкладках Архимеда как постепенно нарастающий ряд линий. Разберем более подробно примеры Архимеда, которые позволили построить динамику атомизма.

[1] *Архимед*. Сочинения. Вступительная статья И. Н. Веселовского. С. 35.

Следует еще раз напомнить, что механика атомизма уже в XVIII в. не смогла выдержать конкуренцию с механикой Эйлера — Лагранжа. Тем не менее заслуги атомистической динамики, несомненно, очень велики. Ибо именно эти методы способствовали вместе с картезианством победе над аристотелевской физикой. В современной математической традиции за этими приемами закрепилось название метода интегральных сумм. Кстати, аналоги этого метода Архимеда можно найти и в XIX в. у Римана и Дарбу. Приведем два описания применения этого метода.

В виде примера метода интегральных сумм опишем решение Архимедом задачи вычисления объема эллипсоида вращения в сочинении «О коноидах и сфероидах». Коноидами и сфероидами называются тела, образованные вращением конических сечений вокруг большой оси. Коноиды — это параболоиды и гиперболоиды вращения, сфероиды — эллипсоиды вращения. Конкретному решению задачи предпослана лемма: если дан сегмент коноида, отсеченный плоскостью, перпендикулярной оси, или сегмент сфероида, отсеченный тем же способом, то можно вписать в него и описать около него фигуры, состоящие из цилиндров равной высоты, таким образом, чтобы описанная фигура превосходила вписанную меньше, чем на любую телесную (объемную) величину.

Рассмотрим сегмент эллипсоида вращения ABC (рис. 1.13). Поделим BO на n равных частей и построим описанные и вписанные цилиндры, суммы объемов которых соответственно обозначим $V_{\text{оп}}$ и $V_{\text{вп}}$. Их разность равна объему цилиндрика AA', т.е. $\dfrac{\pi b a^2}{n}$, который подбором достаточно большого n может быть сделан сколь угодно малым.

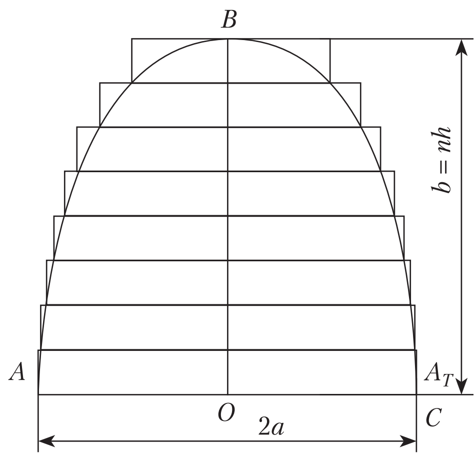

Рис. 1.13

Когда Архимед говорит о вписанных и описанных фигурах, состоящих из маленьких цилиндриков, то речь идет о маскировке метода неделимых.

Ибо вписанные и описанные фигуры совпадают только в случае, когда количество цилиндриков будет бесконечно велико. А это возможно лишь в случае актуальной бесконечности. Именно тогда описанные цилиндрики стянутся до границ самой фигуры. А вписанные, наоборот, заполнят ступенчатые пустоты внутри исследуемой фигуры.

Объем сегмента эллипсоида вращения Архимед вычисляет при помощи суммирования маленьких цилиндриков. Каждый из этих цилиндриков при увеличении их числа до бесконечности превращается в неделимое сечение данного эллипсоида вращения. В этом случае

$$V = \pi h a^2 + \pi h x_1^2 + \pi h x_2^2 + \ldots + \pi h x_{n-1}^2 = \pi h \sum_{k=0}^{n-1} x_k^2, \; x_0 = a.$$

Данная задача оказывается сведена к суммированию квадратов натурального ряда чисел. Далее Архимед производит геометрические преобразования, эквивалентные следующим аналитическим преобразованиям:

«Так как $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, то $x^2 = \frac{a^2}{b^2}(b^2 - y^2)$ и для каждого сечения

$$x_1^2 = \frac{a^2}{b^2}(b^2 - h^2),$$

$$x_2^2 = \frac{a^2}{b^2}[b^2 - (2h)^2],$$

$$\ldots$$

$$x_{n-1}^2 = \frac{a^2}{b^2}\{b^2 - [(n-1)h]^2\},$$

откуда

$$V = \sum_{k=0}^{n-1} \pi h x_k^2 = \frac{\pi h a^2}{b^2}\left(n b^2 - h^2 \sum_{\nu=1}^{n-1} \nu^2\right),$$

где v — последовательные натуральные числа. Для нахождения сумм квадратов последних Архимед применил геометрические оценки вида

$$\frac{n^3 h^2}{3} < \sum_{\nu=1}^{n} (\nu h)^2 < \frac{(n+1)^3 h^2}{3},$$

данные им в сочинении “О спиралях”. Фактически он производит геометрическую оценку вида

$$\frac{n^3 h^3}{3} < \sum_{\nu=1}^{n} (\nu h)^2 h < \frac{(n+1)^3 h^3}{3}.$$

Далее, так как $nh = b$, то

$$\frac{b^3}{3} < \sum_{\nu=1}^{n} (\nu h)^2 h < \frac{b^3}{3} + \frac{b^3}{n} + \frac{b^3}{n^2} + \frac{b^3}{3n^3},$$

что до известной степени эквивалентно оценке для $\int_a^b x^2 dx$.

Из этих оценок получается

$$V > \pi\frac{a^2}{b^2}h\left(nb^2 - \frac{n^3}{3}h^2\right) = \pi a^2 b\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}\pi a^2 b.$$

Аналогично $V < \dfrac{2}{3}\pi ba^2$. Но так как согласно лемме $V - V < \varepsilon$, то искомый объем сегмента $V = 2/3\pi ba^2$, т.е. равен удвоенному объему конуса с тем же основанием и высотой, что и сегмент. Единственность предела доказывается, как и во всех других случаях, приведением к противоречию»[1].

Итак, в приведенном примере опять очевидно применение атомистических методов. Весь объем одновременно делится на бесконечное количество бесконечно малых цилиндриков. Эти цилиндрики рассматриваются как бесконечно малые по высоте и потому принимаются за неделимые. Нельзя забывать, что неделимые получаются только при актуально бесконечном делении. Потенциальная бесконечность исключает неделимые, ибо в этом случае деление будет продолжаться и продолжаться без образования неделимых атомов.

Динамичность этого метода атомизма заключается в суммировании ряда квадратов натуральных чисел. Сами натуральные числа возникают здесь как показатель последовательности монотонно нарастающих цилиндриков. Бесконечно малые цилиндрики заполняют весь объем сегмента. Но это не метод исчерпывания евклидовой геометрии. В рамках последнего производится постепенное исчерпывание объема — шаг за шагом. Ведь именно такова метода потенциальной бесконечности. Архимед же сразу актуально делит объем сегмента на актуально бесконечные части.

Теперь еще раз проведем различие между динамическими и статическими методами атомизма. В данном примере видно, как монотонно уменьшается величина основания цилиндриков: ступенька за ступенькой. Динамичность заключается в том, что величина основания оказывается переменной величиной, пробегающей ряд квадратов натуральных чисел. При этом величины монотонно изменяются, как при движении. Архимед использует оценку суммы ряда квадратов натуральных чисел, которая полностью соответствует современной записи интеграла вида $\int x^2 dx = \dfrac{1}{3}x^3$. Именно такое интегрирование вы́читали у Архимеда Галилей и Ньютон в своем описании равномерного и равноускоренного движения. И эти два вида движения легли в основу динамики атомизма.

В качестве еще одного примера использования атомистических методов приведем пример трансцендентной кривой — спирали Архимеда (рис. 1.14).

Трансцендентные кривые возникли в древности именно в рамках атомистических методов. Архимед определяет площадь первого витка спирали $\rho = \varphi$. Спираль вводится кинематически как сумма двух равномерных движений: вращения луча вокруг точки и движения точки по лучу от центра. Для определения площади первого витка спирали Архимед делит окруж-

---

[1] *Рыбников К. А.* История математики. В 2 т. М., 1960. Т. 1. С. 55—56.

ность ($r = a$) на n частей. Каждая из частей является неделимым радиусом. Окружность рассматривается Архимедом как бесконечная сумма радиусов (неделимых атомов).

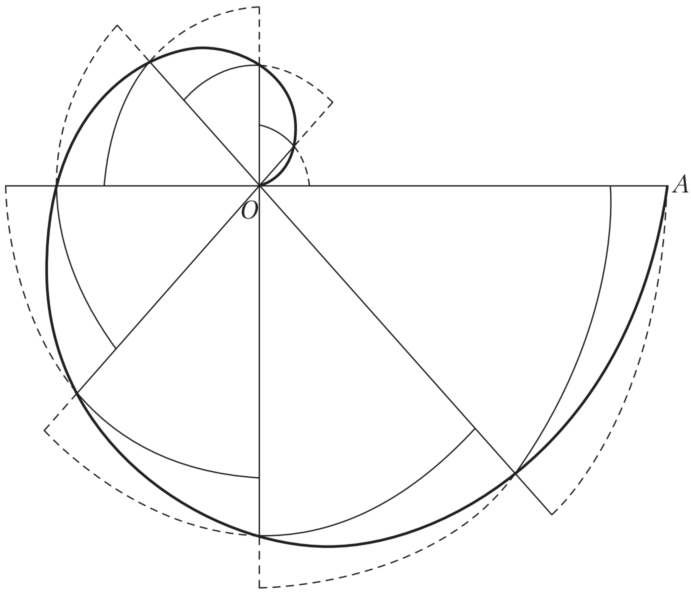

Рис. 1.14

Далее Архимед строит «две последовательности вписанных и описанных круговых секторов, радиусы которых $\frac{a}{n}, \frac{2a}{n}, \frac{3a}{n}, ..., \frac{na}{n} = a$. Их площади: $S_k = \frac{\pi r_k^2}{n}$, $k = 1, 2, 3, ..., n$. Последовательности эти образуют вписанную и описанную фигуры, площади которых соответственно больше и меньше площади витка спирали:

$$\frac{\pi}{n}\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{ka}{n}\right)^2 < S < \frac{\pi}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{ka}{n}\right)^2,$$

или

$$\frac{\pi a^2}{n^3}\sum_{k=1}^{n-1}k^2 < S < \frac{\pi a^2}{n^3}\sum_{k=1}^{n}k^2.$$

На основании оценок, приведенных в предыдущем примере, $V < \frac{\pi a^2}{n^3} \times \times \frac{n^3}{3} = \frac{\pi a^2}{3}$, а также $V > \frac{\pi a^2}{3}$.

Но разность между аппроксимирующими суммами может быть сделана сколь угодно малой. Следовательно, $S = \frac{\pi a^2}{3}$»[1].

[1] *Рыбников К. А.* Указ. соч. Т. 1. С. 57.

Во всех рассмотренных математических примерах Архимед использовал методы математического атомизма. Любые криволинейные объемы и площади Архимед делил на совокупности неделимых. Это позволяло представлять криволинейные фигуры как суммы прямолинейных неделимых. После чего эти прямолинейные неделимые сравниваются с линиями в прямолинейных фигурах. Это позволяет сводить площади криволинейных фигур к прямолинейным.

Таковы в общих чертах статические методы атомизма. Если же криволинейные фигуры можно разложить на монотонно возрастающие совокупности неделимых, то можно говорить о динамических методах суммирования неделимых. При этом неделимые нарастают подобно равноускоренному движению новоевропейской динамики. Последние два архимедовых примера вполне иллюстрируют этот исторически очень перспективный метод математического атомизма.

1.6. Философский атомизм в Средние века. Бенедиктинцы

В конце Античности и раннем Средневековье судьба атомистического учения была весьма тяжелой. Это был период господства неоплатонизма, который весьма эффективно объединил в себе платоновско-пифигорейскую традицию математических первоэлементов и перипатетическо-стоическую традицию материального эфира. Основные идеи неоплатонизма перешли в христианскую философию и там на некоторый период подверглись духовной консервации. Основная ученость в раннее Средневековье в Западной Европе сконцентрировалась в бенедиктинских монастырях. Центрами просвещения стали Англия и, особенно, Ирландия, которая менее пострадала от переселения народов. И только к X в. началось возрождение полноценной научной и философской мысли в континентальной Европе.

Опять же все концентрировалось вокруг бенедиктинских монастырей, где в X в. началась клюнийская реформа. Клюнийская реформа вернула монашество к более строгим аскетическим правилам и одновременно дала толчок к развитию духовной жизни во вновь реорганизованных по новым правилам монастырях. Это духовное возрождение стало постепенно выдвигать значимых лидеров.

Одной из самых известных и легендарных фигур того времени был француз Герберт Аврилаксий, будущий папа Сильвестр II. Он популяризировал арабские научные достижения в математике и астрономии в Европе, возродил использование абака, армиллярной сферы и астролябии, забытых в Европе после падения Римской империи. В течение долгого периода времени Герберт был схоластом школы монастыря Святого Ремигия в Реймсе (в 760 г. обитель получила официальный статус бенедиктинского монастыря Святого Ремигия).

Очень существенно, что бенедиктинские монастыри стали центрами распространения арабских научных достижений. Через них европейцы стали знакомиться также и с переводами античных философов и ученых.

Причем это произошло еще до начала массовой переводческой деятельности на отвоеванных испанцами арабских территориях на Пиренеях. Герберт был одним из организаторов проникновения античной и арабской культуры в Европу. Именно ему принадлежит инициатива создания богословской соборной бенедиктинской школы в Шартре в конце X в.

Непосредственным основателем шартрской школы был почти забытый сейчас епископ, богослов и математик Фульберт Шартрский. Шартрская школа сыграла выдающуюся роль в воссоздании философской и научной культуры на европейском континенте. Вновь были восстановлены все традиции философствования в полном объеме. Кроме уже хорошо известной в Европе неоплатоновской философии, были возрождены аристотелевская, стоическая и атомистическая традиции. Наша глава посвящена атомизму, поэтому остановимся более подробно именно на этой традиции.

К шартрской школе принадлежат два самых известных атомиста XI в. — Гильом из Конша и Аделард из Бата. Гильом продолжил атомистическую религиозную традицию, которую можно встретить на арабском Востоке, например в школе ашаритов. Ему принадлежат сочинение «Философия мира» («Philosophia mundi») и диалог «Драгматикон философии» («Dragmaticon philosophiae», другое название «Dialogus de substantiis physicis» — «Диалог о физических субстанциях»), написаннные по типу компиляций Исидора и Беды. Гильом полагает в основе мировой природы неощутимые, «понимаемые лишь через дробление разумом», умопостигаемые атомы. Но в рамках религиозного атомизма нельзя говорить о несотворенности и вечности атомов. Такие взгляды Гильом называл баснями.

Утверждение Гильома о том, что бог сотворил атомы, мало кого убедило. Известно, что за свои философские идеи, а также некоторые теологические еретические мнения Гильом подвергался ожесточенным нападкам со стороны Бернара Клервоского, требовавшего его публичного осуждения[1]. Гильом считал, что общее количество материи во Вселенной остается неизменным, и проводил идею детерминированности материальных процессов. Существуют средневековые свидетельства об атомистической направленности теологических взглядов Гильома. Иоанн Солсберийский утверждал, что Гильом объявлял себя последователем Демокрита и Эпикура[2], а Готье из Сен-Виктора — что Гильом заменял религиозное учение о сотворении мира учением Демокрита об атомах[3].

Об Аделарде из Бата сохранилось еще меньше свидетельств. Но, по общему мнению, Аделард из Бата и Гильом из Конша впервые в средневековой Европе пришли к восприятию идей атомистики Демокрита и Эпикура через посредство арабских источников. Здесь приходится ограничиться только незначительными замечаниями об этих малоизвестных средневековых ученых. Средневековый атомизм — это почти неизученная в Советском Союзе и современной России тема, если не считать работ замечательного исследователя средневековой науки В. П. Зубова. Именно

---

1 *Haureeau B.* Singularites historiques et litteraires. P., 1861. P. 260.
2 *Saresberiensis I.* Metalogicus. Migne. PL. T. 199. Col. 832–833; 853–856.
3 *Gualteri de S.* Victore libri contra IV labyrinthos. Migne. PL. T. 199. Col. 1170–1172.

на основе его работ[1] были написаны эти строки и даны ссылки, посвященные Гильому из Конша и Аделарду из Бата.

В качестве возможной исторической гипотезы хотелось бы высказать тезис о фундаментальном влиянии атомизма на возникновение крайней номиналистической тенденции в средневековой философии. Сразу бы хотелось соотнести умеренный реализм (концептуализм) со стоической традицией (Абеляр и Иоанн Солсберийский), умеренный реализм — с перипатетической традицией (Жильберт Порретанский, Альберт Великий и Фома Аквинский), а крайний реализм — с воззрениями Платона, реализованными в бенедиктинской школе в Беке (Ланфранк и Ансельм Кентерберийский) и крайними бенедиктинцами — цистерцианцами (Гильом из Шампо и Бернард Клеворский).

Все эти направления связаны с бенедиктинскими монастырями и богословскими школами. Среди них особое место занимает шартрская школа. Фульберт был одним из тех, кто ввел атомистические идеи через посредство арабских источников в Европу. И именно Фульберт был учителем первого значимого номиналиста Беренгара Турского. Беренгар решительно отвергал реальность универсалий: «Нет ничего реального помимо субстанции, а субстанция ... есть принадлежность только того, что доступно ощущению внешних чувств (по крайней мере здесь, в земной жизни)»[2].

Но по высказываниям Беренгара сложно сделать выводы о том, принадлежит ли он к атомистической или все-таки стоической традиции. С большей основательностью, но все равно гипотетически это можно сделать относительно одного из самых известных крайних номиналистов Иоанна Росцелина. Приведем цитату из Б. Рассела: «В общем, по-видимому, Росцелин придерживался воззрения, что целое, имеющее части, само по себе лишено реального существования и является только словом; реально существуют части. Подобное воззрение могло привести его, а может быть, и действительно привело к крайнему атомизму»[3].

Росцелин утверждал, что в действительности существуют только индивидуумы (неделимые). Само по себе употребление термина «неделимые» еще не доказывает атомизм Росцелина. Общие понятия, по некоторым свидетельствам, Росцелин называл *flatus vocis* (пустой звук). Для Росцелина общие понятия — просто общие имена, которые обозначают целую совокупность вещей.

Если в действительности существуют только индивидуумы, то и три лица в божестве следует понимать как три индивидуальные субстанции. Три божественных лица едины только по могуществу и воле. В других отношениях они — три вещи, три сущности, три субстанции. При ином понимании различия лиц в божестве, признавая божество единою сущностью, единою *res*, мы вынуждены, по мнению Росцелина, допустить, что вместе с Сыном воплотились и Бог Отец, и Дух Святой. Если бы словоупотребление позволяло, то три лица могли бы быть названы также и тремя

---

[1] В первую очередь книги: *Зубов В. П.* Развитие атомистических представлений до начала XIX века. М., 1965.

[2] De corpore et sanguine domini. Migne. PL. T. 150. Col. 426–427.

[3] *Рассел Б.* История западной философии. Новосибирск, 2001. С. 522.