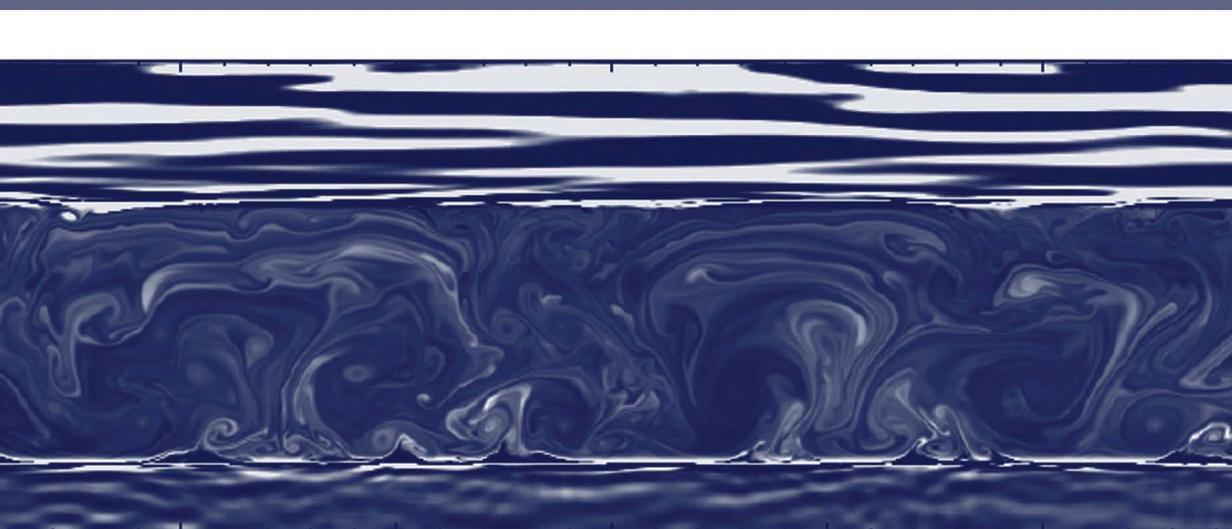


**Ю.В. Брянская    И.М. Маркова    А.В. Остякова**

**ГИДРАВЛИКА  
ВОДНЫХ И ВЗВЕСЕНЕСУЩИХ ПОТОКОВ  
В ЖЕСТКИХ  
И ДЕФОРМИРУЕМЫХ ГРАНИЦАХ**



Ю.В.Брянская, И.М. Маркова, А.В. Остякова

# ГИДРАВЛИКА ВОДНЫХ И ВЗВЕСЕНЕСУЩИХ ПОТОКОВ В ЖЕСТКИХ И ДЕФОРМИРУЕМЫХ ГРАНИЦАХ

под ред. В.С. Боровкова



МГСУ  
Издательство Ассоциации строительных вузов  
Москва  
2009

### Рецензенты:

д-р техн. наук, профессор, заведующий лабораторией динамики русловых потоков и ледотермики Института водных проблем РАН (ИВП РАН)

*В.К. Дебольский;*

д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой водного хозяйства и морских портов Московского государственного строительного университета (МГСУ)

*Ю.П. Правдивец.*

**Брянская Ю.В., Маркова И.М., Остякова А.В. Под ред. В.С. Боровкова**

Гидравлика водных и взвесенесущих потоков в жестких и деформируемых границах: Монография. – М.: Издательство АСВ, 2009, – 264 с.

ISBN 978-5-93093-709-1

В монографии приводятся результаты исследований, выполненных в последние годы на кафедре гидравлики, которые направлены на уточнение основополагающих представлений о факторах, определяющих структуру водных потоков в жестких и деформируемых границах. Приводятся аналитические и экспериментальные результаты исследований течения в вязком подслое, которые учитывают нестационарный характер развития вязкого течения, перемежающегося с периодами турбулентного течения. Эти принципиально важные особенности позволяют существенно скорректировать расчеты теплообмена, размыва русловых отложений, гидравлического сопротивления и распределения скоростей в водных потоках при разных граничных условиях.

Рассмотрены основные пульсационные характеристики турбулентности, когерентные структуры, приведены теоретические подходы к описанию турбулентных течений, проанализирована обоснованность использованных гипотез, ограничения теоретических подходов, возможности аналитического и численного решения гидравлических задач. Приведены уточненные зависимости для распределения скоростей по сечению напорных и безнапорных потоков.

Рассмотрены вопросы взаимодействия водного потока с размываемым руслом, детально проанализированы особенности движения частиц руслового грунта при размыве, представлены новые, оригинальные материалы по развитию внутрирусловых образований на начальной стадии взаимодействия потока и русла и их влияния на кинематические характеристики течения.

Приведены результаты выполненных исследований по осаждению частиц различной формы мелкодисперсных взвесей. Проанализированы условия стратификации потоков, переносящих мелкодисперсную взвесь. Определены критериальные условия хлопьеобразования и структуризации, приводятся зависимости для определения транспортирующей способности потоков, переносящих мелкую взвесь, и распределения взвеси в толще потока.

Наряду с новыми материалами в монографии рассматривается также ряд вопросов классической гидравлики, важных для решения задач движения водных потоков в жестких и деформируемых границах.

*Рекомендовано Научно-техническим Советом МГСУ*

© Брянская Ю.В., Маркова И.М.,  
Остякова А.В., Боровков В.С., 2009

© МГСУ, 2009

ISBN 978-5-93093-709-1

© Оформление, Издательство АСВ, 2009

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	6
<b>Часть 1.</b> Кинематические и динамические характеристики водных потоков в жестких границах.....	7
1.1. Современные представления о кинематической структуре потока и гидравлическом сопротивлении при турбулентном течении в трубах.....	7
1.1.1. Степень изученности кинематики турбулентного течения в гладких и шероховатых трубах.....	7
1.1.2. Степень изученности закономерностей сопротивления при течении в трубах.....	15
1.1.3. Переходный режим сопротивления.....	17
1.1.4. Традиционные представления и новые данные о течении в вязком подслое.....	19
1.2. Методические основы экспериментальных исследований характеристик течения и гидравлического сопротивления труб.....	24
1.2.1. Особенности экспериментального определения характеристик течения и сопротивления в водных и воздушных потоках.....	24
1.2.2. Плоскость отсчета поперечной координаты при измерении местной скорости потока.....	26
1.3. Уточнение закономерностей течения и сопротивления в трубах при гладком и шероховатом режимах сопротивления.....	31
1.3.1. Взаимосвязь между параметром Кармана и «второй константой» профиля скорости.....	31
1.3.2. Анализ параметров профиля скорости и закономерностей сопротивления при гладком и шероховатом режимах.....	38
1.3.3. Изменение параметров логарифмического профиля скорости по поперечному сечению потока в гладких трубах.....	44
1.3.4. Изменение параметров логарифмического профиля скорости по поперечному сечению потока в шероховатых трубах.....	48
1.4. Уточнение закономерностей течения и сопротивления в переходном режиме.....	52
1.4.1. Расчет нестационарного вязкого подслоя на гладкой граничной поверхности.....	52
1.4.2. Расчет профиля скорости при переходном режиме сопротивления с учетом нестационарности течения и изменяющейся толщины вязкого подслоя.....	55
1.4.3. Уточненная физическая расчетная модель течения в вязком подслое с учетом перемежаемости.....	65

1.4.4. Расчет гидравлического сопротивления трубопровода с зернистой шероховатостью в переходной области.....	68
1.5. Примеры инженерных расчетов характеристик течения и сопротивления в трубах с использованием полученных зависимостей.....	72
1.5.1. Порядок выполнения расчета распределения скоростей и гидравлического сопротивления в гладких трубах при параметрах профиля скорости, постоянных по поперечному сечению потока.....	72
1.5.2. Порядок выполнения расчета распределения скоростей и гидравлического сопротивления при параметрах профиля скорости, изменяющихся по поперечному сечению потока.....	76
1.5.3. Расчет гидравлического сопротивления и распределения скоростей в переходной области.....	77

<b>Часть 2. Размыв речных русел. Транспортирование и осаждение взвеси в турбулентных потоках.....</b>	<b>80</b>
2.1. Русловой процесс и физико-механические свойства внутрирусловых грунтов и донных отложений.....	80
2.1.1. Речной поток русла как саморегулирующаяся динамическая система.....	80
2.1.2. Физико-механические характеристики внутрирусловых зернистых грунтов и отложений в водотоках, не подверженных влиянию урбанизации.....	82
2.1.3. Свойства слитных и илистых грунтов речного русла.....	89
2.1.4. Природа и величина сцепления между частицами мелкозернистого водонасыщенного грунта.....	93
2.2. Осаждение наносов и размыв русловых грунтов.....	105
2.2.1. Свободное и стесненное осаждение групп зерен в покоящейся и движущейся жидкости.....	105
2.2.2. Осаждение мелкодисперсной взвеси в турбулентном потоке.....	119
2.2.3. Размыв зернистых русловых грунтов.....	123
2.2.4. Условия хлопьеобразования и структурирования мелкозернистой взвеси в водогрунтовым потоке.....	130
2.2.5. Размыв русловых грунтов, обладающих сцеплением.....	136
2.3. Транспортирование зернистых и мелкодисперсных взвесей турбулентным потоком.....	142
2.3.1. Движение зерен взвеси в водном потоке.....	142
2.3.2. Инерционность движения взвеси в турбулентном потоке. Гравитационная и диффузионная теория переноса взвеси.....	146
2.3.3. Распределение зерен грунта в водном потоке.....	152
2.3.4. Руслоформирующий расход. Устойчивость русла.....	157

<b>Часть 3. Водные потоки в деформируемых границах.....</b>	<b>167</b>
3.1. Особенности руслового процесса и гидравлических характеристик течения на начальной стадии взаимодействия потока и русла. ....	167
3.1.1. Факторы, влияющие на русловой процесс .....	167
3.1.2. Саморегулирование речного потока и русла.....	171
3.1.3. Структурные уровни руслового процесса .....	181
3.2. Начальная стадия движения частицы.....	188
3.2.1. Схема взвешивания частиц и действующие силы .....	188
3.2.2. Уравнение движения частиц в режиме сальтации .....	194
3.2.3. Расчет высоты $h_n$ и скорости $V_s$ . ....	199
3.2.4. Расчет периода и длины скачка при сальтации.....	202
3.3. Образование, развитие и перемещение русловых форм на начальной стадии руслового процесса.....	209
3.3.1. Описание процесса образования, развития и перемещения русловых форм. ....	209
3.3.2. Анализ размерностей и учет критериев подобия при моделировании русловых образований .....	214
3.3.3. Экспериментальные исследования донного рельефа и распределения скоростей в начальный период их взаимодействия .....	221
3.3.4. Результаты экспериментальных исследований параметров микроформ в начальный период их развития .....	230
3.4. Кинематика течения и гидравлическое сопротивление на начальной стадии развития микроформ. Методика расчета параметров потока и русла на начальном этапе их взаимодействия.....	235
3.4.1. Степенное распределение скоростей в потоке на начальной стадии формирования донного рельефа. ....	235
3.4.2. Логарифмическое распределение скоростей в потоке в условиях формирующегося микрорельефа дна.....	243
3.4.3. Особенности гидравлического сопротивления русла на начальной стадии формирования донного рельефа.....	253
3.4.4. Методика расчета гидравлических характеристик потока в условиях изменяющегося микрорельефа дна.....	257
Список литературы.....	260

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая монография состоит из трех частей, связанных с расчетами гидравлических характеристик потоков в жестких и деформируемых границах.

В первой части монографии рассматриваются характеристики напорных потоков и гидравлического сопротивления трубопроводов, отражающие нестационарность и перемежаемость течения в вязком подслое. Приведены новые данные по изменению параметра Кармана по поперечному сечению потока и связь констант турбулентности с коэффициентом гидравлического сопротивления. Особое внимание уделено переходному режиму сопротивления, слабо изученному до последнего времени.

Вторая часть монографии, посвященная вопросам размыва русловых грунтов и транспортирования взвешенных наносов, содержит результаты исследования физико-механических свойств водонасыщенных мелкозернистых и илистых грунтов, критериальные условия их размыва и осаждения в водных потоках, распределения частиц взвеси в потоке при различных гидравлических условиях. Обсуждаются вопросы, связанные с руслоформирующими расходами и общей устойчивостью речных русел.

В третьей части монографии рассматриваются характерные параметры структурных уровней руслового процесса, условия образования и перемещения русловых форм. С учетом того, что поток и русло представляют собой самоформирующуюся динамическую систему, распределение скоростей в потоке рассматривается с учетом русловых микроформ, образующихся при деформации речного дна. Приведены новые зависимости, характеризующие изменение русловых микроформ в процессе их развития на начальной стадии руслового процесса. Анализируется изменение гидравлического сопротивления русла в процессе развития русловых микроформ.

Материалы, представленные в настоящей монографии, основаны на разработках, выполненных авторами в МГСУ при подготовке кандидатских и докторских диссертаций.

Часть I представленной монографии написана к.т.н. Ю.В. Брянской, часть II – к.т.н. И.М. Марковой, часть III – к.т.н. А.В. Остяковой, параграф 2.3.2 написан к.т.н. М.А. Волыновым. При написании данной работы были использованы некоторые материалы профессора д.т.н. В.С. Боровкова.

Монография рассчитана на широкий круг специалистов – гидротехников, инженеров-строителей, работников водного хозяйства и экологической экспертизы, а также для аспирантов, магистрантов и студентов, обучающихся по направлению «Строительство».

# **ЧАСТЬ 1. Кинематические и динамические характеристики водных потоков в жестких границах**

К водным потокам в жестких границах относятся течения в трубах и укрепленных каналах. Несмотря на то что потоки в жестких границах изучены достаточно подробно, имеется целый ряд не до конца исследованных вопросов, связанных с кинематикой течения и гидравлическими сопротивлениями этих потоков. Дальнейшая разработка этих вопросов, результаты которой представлены в настоящем разделе монографии, связана с возрастающими требованиями к точности и надежности расчетов трубопроводных систем. Гидравлика потоков в жестких границах является также исходным базисом при анализе процессов, возникающих в потоках в условиях деформируемых границ.

## **1.1. Современные представления о кинематической структуре потока и гидравлическом сопротивлении при турбулентном течении в трубах**

### **1.1.1. Степень изученности кинематики турбулентного течения в гладких и шероховатых трубах**

Турбулентное движение жидкости в трубах уже давно стало предметом многочисленных исследований, так как в большинстве практически важных случаев жидкости движутся в трубах в условиях турбулентного режима. Однако до настоящего времени не завершено создание теории турбулентного движения, которая непосредственно вытекала бы из основных уравнений гидродинамики и полностью подтверждалась опытом. Это объясняется сложностью структуры турбулентного потока, внутренний механизм которого до сих пор еще не исследован полностью.

Знание закономерностей распределения скоростей по сечению имеет важное значение при решении ряда задач гидрометрии и гидротехники как практического, так и теоретического порядка, большое практическое значение имеет закономерность распределения осредненных скоростей на вертикалях в поле скоростей потока. С распределением осредненных по времени скоростей на вертикалях связаны задачи определения расхода, интенсивности циркуляции потока на поворотах, расчеты размыва русел, транспортирующей способности потока и другие важные вопросы.

На основании опытов по изучению распределения скоростей были предложены эмпирические формулы для профиля скорости в трубопроводах.

Базеном было установлено [19], что скорость от центра трубы к ее стенкам уменьшается по зависимости, которую можно записать в виде

$$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = f\left(\frac{y}{r}\right). \quad (1.1.1)$$

Эта форма записи распределения скоростей называется законом дефицита скорости.

Основополагающая попытка аналитического исследования закономерностей турбулентного течения, основанная на классических уравнениях гидродинамики, была сделана Рейнольдсом [14]. Однако полученная Рейнольдсом система уравнений движения турбулентного потока из-за дополнительных членов, характеризующих средний перенос количества движения турбулентными пульсациями, оказалась незамкнутой.

В дальнейшем были предприняты попытки получения недостающих уравнений путем введения статистических постулатов, которые не привели к успеху. Поэтому для решения практических задач приходится прибегать к использованию приближенных методов расчета. Наибольшее распространение получил метод, намеченный Сен-Венаном и Буссинеском.

Буссинеск предложил сохранить для расчетов турбулентного движения уравнение Навье – Стокса, заменив в нем коэффициент динамической вязкости  $\mu$  коэффициентом турбулентного перемешивания  $A$ :

$$\tau_m = A \frac{du}{dy}. \quad (1.1.2)$$

Буссинеск доказал, что коэффициент турбулентного перемешивания  $A$  не является постоянным и уравнение (1.1.2) явилось отправным пунктом для развития так называемых полуэмпирических теорий турбулентности, основанных на разных выражениях для коэффициента турбулентного перемешивания.

Полуэмпирическая теория Л. Прандтля [13], подтвержденная обширными опытными данными И. Никурадзе [12, 25], до настоящего времени остается основой инженерных расчетов кинематических характеристик течения и гидравлического сопротивления гладких и шероховатых трубопроводов.

Л. Прандтль исходил из того, что на разных расстояниях от стенки величины динамической и турбулентной вязкости играют различную роль. Вдали от стенки градиенты скорости невелики и вязкостные напряжения малы по сравнению с напряжениями, обусловленными турбулентным перемешиванием. Очевидно, что вблизи стенки поперечные составляющие пульсационных скоростей должны иметь малую величину, что уменьшает роль турбулентного обмена, а значительный градиент приводит к возрастанию роли вязких напряжений. На этом основании Л. Прандтль разделил поток на две области: «ламинарный подслои», где движение формируется исключительно под действием сил вязкости, и «ядро потока», в пределах которого влиянием вязкости можно пренебречь.

В настоящее время на основе экспериментальных исследований турбулентный поток принято разделять на следующие зоны: вязкий подслои, непосредственно примыкающий к граничной поверхности; пристеночная область, примыкающая к вязкому подслою; внешняя область течения, расположенная над пристеночной областью.

Объясняя опыты Никурадзе, Прандтль предполагал наличие устойчивой ламинарной пленки на граничной поверхности. В тех случаях, когда толщина этой пленки больше высоты выступов шероховатости, поверхность считалась гидравлически гладкой; когда высота выступов шероховатости больше толщины ламинарной пленки – вполне шероховатой. В переходной зоне сопротивления высота выступов была соизмерима с толщиной ламинарной пленки.

Сами постулаты Л. Прандтля, восходящие по своей сути к кинетической теории газов, в значительной степени противоречивы и не согласуются с основными положениями механики жидкости и многими современными данными. Основу теории составляет схема возникновения турбулентных касательных напряжений вследствие обмена импульсом избыточного (недостаточного) продольного количества движения, переносимого между слоями вертикальной пульсационной скоростью  $v'$ . Динамический эффект такого обмена трактуется как результат действия турбулентных касательных напряжений:

$$\tau_m = -\rho \overline{u'v'} . \quad (1.1.3)$$

При этом учитывается очевидный факт роста продольной скорости в слое  $(+u')$  вследствие «опускания» в слой под воздействием пульсации  $(-v')$  массы жидкости из вышележащего слоя и обратный эффект при «подъеме» масс из нижележащего слоя в верхние слои. Таким образом, делается попытка учесть скоррелированность изменяющихся во времени и в пространстве пульсационных величин  $u'$  и  $v'$ . Вместе с тем схема не учитывает ни различного времени действия (периода или частоты) каждой из пульсаций, ни различной степени их корреляции на той или иной частоте. Определенные таким образом турбулентные касательные напряжения на несколько порядков превосходят вязкие касательные напряжения, которые часто вовсе не учитываются.

Вторым постулатом Л. Прандтля является предположение о том, что при обмене импульсами между соседними слоями продольная избыточная скорость  $u'$  связана с профилем осредненной скорости соотношением

$$u' \sim l \frac{du}{dy} , \quad (1.1.4)$$

где  $l$  – неопределенная линейная величина, которой придается физический смысл длины пути перемешивания, на которой избыточный импульс продольной скорости полностью теряется. Однако при этом умалчивается то, что соотношение (1.1.4) достаточно точно отвечает предлагаемой «идеологии» обмена только для весьма малых  $l$ , когда непостоянство градиента скорости  $du/dy$  влияет незначительно.

Третий постулат Л. Прандтля о том, что длина пути перемешивания зависит от расстояния  $y$  между рассматриваемым слоем и твердой стенкой, кажется до некоторой степени оправданным, если рассматривать перенос импульса в сторону стенки, причем от слоя, мало удаленного от стенки.

При этом кажется очевидным, что длина пути перемешивания ограничена расстоянием  $y$  и тем больше, чем больше  $y$ :

$$l = \kappa y, \quad (1.1.5)$$

где  $\kappa$  – неопределенный коэффициент пропорциональности, названный позднее параметром Кармана.

Однако для тех моментов времени, в течение которых происходит перенос импульса от пристеночных слоев в толщу потока, таких ограничений сделать уже нельзя и справедливость соотношения (1.1.5) в этом случае принимается «по умолчанию». Исследования турбулентного пристеночного течения обнаружили отчетливую пространственно-временную несимметричность турбулентности вблизи стенки, заставляющую критически отнестись к этому постулату.

Своим четвертым постулатом Л. Прандтль утверждает, что пульсации скорости в продольном направлении  $u'$  имеют тот же порядок величин, что и вертикальные пульсации  $v'$ :

$$u' \sim v' \sim l \frac{du}{dy}. \quad (1.1.6)$$

В качестве физического обоснования такого предположения часто указывается на неразрывность пульсационного движения. Следует, однако, заметить, что при этом не принимается во внимание трехмерный характер пульсационных движений. Измерения показывают, что интенсивность и время действия продольных пульсаций скорости  $u'$  более чем вдвое превосходят интенсивность и время действия пульсаций  $v'$  в вертикальном направлении, причем характер изменения величин  $u'$  и  $v'$  с расстоянием от стенки совершенно различен. Таким образом, соотношение (1.1.6) также оказывается весьма сомнительным.

Получив таким образом связь между турбулентными касательными напряжениями и профилем скорости

$$\tau_m = \rho x^2 y^2 \left( \frac{du}{dy} \right)^2, \quad (1.1.7)$$

которое можно проинтегрировать при известном законе изменения касательного напряжения по поперечному сечению потока в трубе

$$\tau = \tau_0 \left( 1 - \frac{y}{r} \right), \quad (1.1.8)$$

где  $\tau_0$  – напряжение на стенке, Л.Прандтль принимает пятое, самое неоправданное из своих предположений – постулирует постоянство касательного напряжения:

$$\tau_m = \text{const} = \tau_0 \quad (1.1.9)$$

Кажется, что это предположение делается во имя упрощения интегрирования соотношения (1.1.7), но с учетом (1.1.8) это интегрирование оказывается ничуть не более сложным. Причина, как оказалось, в другом – учет (1.1.8) дает результаты, хуже согласующиеся с опытными данными И. Никурадзе, на которые опирался Л. Прандтль, чем использование предположения (1.1.9).

Таким образом, набор из пяти постулатов Л. Прандтля, составляющих основу предложенной им полуэмпирической теории турбулентности, позволил ему получить интегрированием выражения (1.1.7) с учетом (1.1.9) профиль скорости логарифмического вида

$$u = \frac{u_* \ln y}{\kappa} + C. \quad (1.1.10)$$

Сопоставление этого профиля с опытными данными И. Никурадзе для гладких труб показало, что после простых преобразований к виду

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* y}{\nu} + C_1 \quad (1.1.11)$$

значения  $\kappa$  и  $C_1$  оказываются постоянными для широкого диапазона чисел Рейнольдса ( $\kappa = 0,40$ ;  $C_1 = 5,75$ ), вследствие чего профиль (1.1.11) получил статус универсального профиля скорости для гладких труб.

Для труб с шероховатыми стенками была обнаружена универсальность того же логарифмического профиля (1.1.10), но с иным значением постоянной  $C$ :

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k} + C_2 \quad (1.1.12)$$

$$(\kappa = 0,40; C_2 = 8,48).$$

Установленная на основе опытов И. Никурадзе универсальность логарифмических профилей скорости и их справедливость на значительных расстояниях от стенки, там, где неприемлемость гипотезы (1.1.9) становится особенно очевидной, заставила Л. Прандтля признать достигнутый успех «не более чем счастливой случайностью». Однако принципиальная согласованность профилей (1.1.11) и (1.1.12) с фундаментальными данными И. Никурадзе по сопротивлению гладких и шероховатых труб заставила забыть о «случайности» полученных результатов, они были постепенно канонизированы и приобрели статус закона.

С инженерной точки зрения, использующиеся законы логарифмического распределения скорости дают удовлетворительные результаты при вычислении средней скорости, которые оказываются достаточно близкими к действительным величинам.

Тем не менее многие ученые пытались усовершенствовать теорию Л. Прандтля, внося в нее различные изменения и дополнения.

Более поздними многочисленными исследованиями было установлено, что характеристики течения в трубе близки к течению в плоских пограничных слоях. С учетом результатов исследования пограничного слоя Милликен постулировал универсальное распределение скорости, определяемое лишь числом Рейнольдса, относительным расстоянием от стенки и относительной шероховатостью стенки, что можно записать в виде

$$\frac{U}{u_*} = f\left(\frac{\delta u_*}{\nu}; \frac{y}{\delta}; \frac{k}{\delta}\right), \quad (1.1.13)$$

где  $\delta$  – толщина пограничного слоя.

Для течения на гладкой и шероховатой поверхности Миллиkenом были получены логарифмические распределения скоростей, аналогичные зависимостям Л. Прандтля.

Было выдвинуто немало предположений о распределении скоростей в пристеночном слое  $y < \delta$ . Термин «пристеночная» турбулентность соответствует турбулентности, на структуру которой непосредственное влияние оказывает наличие твердой границы. Гофман и Рейхардт предложили свои функции для определения  $\frac{u}{u_*}$  для пристеночной области, а именно полином третьей степени

от переменной  $\left( \frac{yu_*}{\nu} - \frac{\delta_b u_*}{\nu} \right)$  и экспоненту; однако это не привело к существенному прогрессу.

Ротта высказал предположение, что полное напряжение сдвига вблизи стенки определяется совместным влиянием вязкости и турбулентности. Для описания влияния турбулентности он воспользовался гипотезой Л. Прандтля о длине пути перемешивания и принял, что  $\tau = \tau_0$ . Таким образом, при  $y \leq \delta_b$  течение считается полностью вязким. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_*} = & \frac{1}{2\kappa \frac{u_* \kappa (y - \delta_b)}{\nu}} \left( 1 - \sqrt{1 + 4 \frac{u_* \kappa (y - \delta_b)}{\nu}} \right) + \\ & + \frac{1}{\kappa} \ln \left( 2 \frac{u_* \kappa (y - \delta_b)}{\nu} + \sqrt{1 + 4 \left( \frac{u_* \kappa (y - \delta_b)}{\nu} \right)^2} \right) + \frac{u_* \delta_b}{\nu}. \end{aligned} \quad (1.1.14)$$

Аналогичное решение, основанное на том же предположении, что и принятое Ротта, было дано позднее Майлсом.

Клаузером предложено следующее выражение для распределения скорости в пограничном слое:

$$\frac{u}{u_*} = 2,44 \ln \frac{u_* y}{\nu} + 4,9. \quad (1.1.15)$$

Однако другие авторы отдают предпочтение другим значениям постоянных, которые лучше соответствуют их собственным экспериментальным данным. По данным Таунсенда значение свободного члена, по-видимому, ближе к 7. Универсальную постоянную  $\kappa$  принимают обычно равной 0,4 по результатам опытов И. Никурадзе.

Считается, что величина свободного члена  $C$  связана с толщиной вязкого подслоя. По результатам экспериментов величина  $\frac{u_* \delta_b}{\nu}$  лежит в пределах от 5 до 6,7.

При больших значениях  $\frac{u_* y}{\nu}$  логарифмическое распределение скорости отклоняется от действительного. Для исключения этого расхождения многими исследователями предлагалось ввести поправочную функцию.

Подобная поправочная функция была введена Милликеном.

Например, для случая гладкой стенки Милликен принял, что

$$\frac{u}{u_*} = A \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* y}{\nu} + C + \xi \left( \frac{y}{\delta} \right), \quad (1.1.16)$$

где  $\xi \left( \frac{y}{\delta} \right)$  – поправочная функция для логарифмического распределения избыточной скорости.

Ротта, основываясь на опытах И. Никурадзе, исследовал связь между толщиной вязкого подслоя  $\delta_v$  и величиной выступов шероховатости  $k$ . На основе выявленной связи сделан вывод, что при  $\frac{u_* k}{\nu} < 5$  влияние шероховатости на  $\frac{u_* \delta_v}{\nu}$  мало, а при  $\frac{u_* k}{\nu} > 55$  достигаются условия вполне шероховатой стенки, при которых эффективный вязкий подслей отсутствует. Отмечается, что при шероховатости, отличной от зернистой шероховатости Никурадзе, вместо значений 5 и 55 могут быть другие значения, весьма отличные от этих. Но, во всяком случае, можно предположить, что имеется определенное наименьшее значение  $\frac{u_* k}{\nu}$ , ниже которого стенка будет гидравлически гладкой.

Этот факт привел Хама к мысли записать распределение скоростей в виде

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{u_* y}{\nu} + C - \left( A \ln \frac{u_* k}{\nu} + C - C_1 \right). \quad (1.1.17)$$

Эта формула показывает, что влияние шероховатости стенки проявляется через вертикальное смещение распределения скорости для гладкой стенки на величину

$$\frac{\Delta u}{u_*} = A \ln \frac{u_* k}{\nu} + C - C_1, \quad (1.1.18)$$

зависящую от типа и величины шероховатости.

Клаузер [21] и Хама [23] определили величину  $\frac{\Delta u}{u_*}$  для различных типов

шероховатости. В переходной зоне сопротивления ход кривых  $\frac{\Delta u}{u_*} = f \left( \frac{u_* k}{\nu} \right)$  в зависимости от характера шероховатости совершенно различен.

Отсюда следует, что в настоящее время попытки отыскать распределение скорости вблизи шероховатой стенки еще не вышли за рамки полного эмпи-

ризма и что до сих пор не имеется какого-либо физически обоснованного способа расчета этого распределения для шероховатости произвольного типа.

Как показали исследования турбулентных характеристик на границе вязкого подслоя, турбулентные движения проникают внутрь этого подслоя почти до стенки.

Обнаружив подобие между течением во внешней области пограничного слоя и течением в следе при обтекании твердого тела потоком жидкости, которое состоит в том, что процессы крупномасштабного перемешивания в обоих случаях определяются главным образом влиянием инерции, а не вязкости, Коулс предложил эмпирическую поправочную функцию  $\omega(\xi)$ , аналогичную поправочной функции Милликена  $h(\xi)$ :

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{u_* y}{\nu} \right) + C + \frac{P}{\kappa} \omega(\xi). \quad (1.1.19)$$

Коулс назвал выражение для поправочной функции  $\omega(\xi)$  законом следа. Величина  $P$  представляет собой параметр профиля и связана с местным коэффициентом трения.

Логарифмические формулы для распределения скоростей получены на основе допущения, что длина пути перемешивания  $l$  не зависит от состояния турбулентности на вертикали, в силу чего коэффициент пропорциональности  $\kappa$  в выражении для пути перемешивания величина постоянная, что опровергается почти всеми исследователями-экспериментаторами.

Так, Г.В. Железняков на основании обработки материалов по рекам получил  $\kappa$  изменяющимся в пределах от 0,3 до 1,04. И.А. Родионов, обрабатывая материалы гидрометрических замеров по бетонному каналу больших размеров, получил на вертикалях  $\kappa = 0,4 \div 0,63$ . М.И. Назаров для мощеных каналов с большими уклонами получил изменение  $\kappa$  от 0,3 до 0,84. В.Ф. Толмаза, обрабатывая опытные данные по горным рекам Киргизии, получил  $\kappa = 0,5 \div 1,3$ . Н.Н. Панов на основании собственных опытов в прямоугольном лотке, а также опытов в прямоугольных руслах Базена, Пауэлла, А.Я. Слободкина и опытов в прямоугольной напорной трубе Шлихтинга отмечает, что  $\kappa$  изменяется по ширине прямоугольного русла, увеличиваясь к стенкам. Это изменение по его замерам от 0,31 до 0,7.

Параметр Кармана  $\kappa$  – единственная величина в формулах теории турбулентности, учитывающая изменяющееся состояние реальной турбулентности. Поскольку параметр  $\kappa$  связан с локальными характеристиками турбулентности, то значение  $\kappa$  на разных расстояниях от дна должно быть различным и зависеть от факторов, влияющих на степень турбулизации потока в разных зонах живого сечения.

### 1.1.2. Степень изученности закономерностей сопротивления при течении в трубах

Одной из важнейших задач при расчетах трубопроводов является определение потерь напора на трение. Потери напора неразрывно связаны с профилем скорости, поэтому важно знать закономерности распределения скоростей по сечению потока. Оба этих вопроса – распределение скоростей и гидравлическое сопротивление, получили полное теоретическое решение только для случая ламинарного течения. Для турбулентного течения определение потерь напора на трение и профиля скорости долгое время производилось с помощью эмпирических формул, имеющих узкие пределы применимости, результаты вычислений по которым часто расходятся.

Первые попытки найти опытным путем связь между потерями напора и средней скоростью при турбулентном движении относятся к XVIII в., когда была получена формула Дарси – Вейсбаха:

$$h = \lambda \frac{l}{d} \frac{U^2}{2g}. \quad (1.1.20)$$

Коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  первые исследователи принимали постоянным.

В середине XIX в. Дарси и Базеном были проведены первые систематические исследования на трубопроводах и каналах, которые показали, что коэффициент гидравлического сопротивления  $\lambda$  зависит от шероховатости стенок, диаметра трубы, скорости течения. Были предложены первые формулы, учитывающие эту зависимость (формула Дарси, формула Вейсбаха и др.).

В начале XX в. были сделаны первые попытки создания так называемых универсальных формул для определения  $\lambda$  (Биль, Ланг, Флеман, Ф.Е. Максименко и др.). Однако эти формулы были получены чисто эмпирическим путем, без попытки учесть физическую природу сопротивления, и были размерными, что снижало пределы их применимости.

Было предложено несколько сотен эмпирических формул – для различных жидкостей, скоростей течения, диаметров, шероховатостей и т.д.

Большим прогрессом явилось использование методов теории подобия. В 1913 г. Блазиусом было введено понятие о гладких и шероховатых трубах и была установлена зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$  для гладких труб от числа Рейнольдса в виде

$$\lambda = \frac{0,316}{\text{Re}^{0,25}}. \quad (1.1.21)$$

Сопротивление шероховатых труб являлось предметом многочисленных исследований. Хопфом была предложена эмпирическая зависимость для коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$ , которую в общем виде можно записать следующим образом:

Научное издание

Юлия Вадимовна Брянская  
Ирина Михайловна Маркова  
Александра Витальевна Остякова

# ГИДРАВЛИКА ВОДНЫХ И ВЗВЕСЕНЕСУЩИХ ПОТОКОВ В ЖЕСТКИХ И ДЕФОРМИРУЕМЫХ ГРАНИЦАХ

под ред. В.С. Боровкова

Редактор: *Г.М. Мубаракишина*  
Компьютерная верстка: *Т.А. Кузьмина*  
Дизайн обложки: *Н.С. Романова*

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98. Подписано к печати 09.10.09. Формат 70x100/16  
Бумага офс. Гарнитура таймс. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 16,5. Тираж 500 экз. Заказ .

Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ)  
129337, Москва, Ярославское шоссе, 26, оф. 511  
тел./факс: (499)183-56-83  
e-mail: [iasv@mgsu.ru](mailto:iasv@mgsu.ru); [www.iasv.ru](http://www.iasv.ru)